

Einführung in die Geophysik

2. Geophysikalische Messtechniken und der Aufbau des Erdkörpers

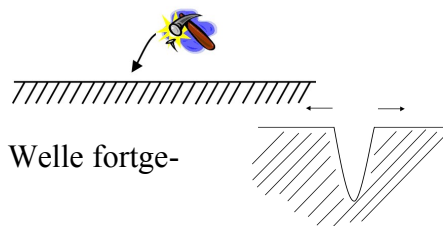
Unterschied zwischen *Geophysik*, *Astrophysik* und Experimentalphysik im Labor: Der *Geophysiker*, *Astrophysiker* kontrolliert häufig das Experiment nicht selbst, sondern nimmt an einem Experiment teil (als Beobachter), das die Natur macht. Beispiel hier: Die Aufzeichnung von *Erdbebenwellen*.

2.2. Seismologie

Die Gesetze der Optik über Reflexion und Brechung lassen sich weitgehend auf Schallwellen übertragen, wenn wir ‚Lichtgeschwindigkeit‘ durch ‚Schallgeschwindigkeit‘ und ‚optischer dichter‘ durch ‚langsamer‘ (Medium mit geringerer Schallgeschwindigkeit) ersetzen. Der gebogene Verlauf von Erdbebenstrahlen im Erdmantel entsteht durch eine kontinuierliche Zunahme der Schallgeschwindigkeit mit der Tiefe. Außerdem gibt es Diskontinuitäten in 410 und 660 km Tiefe sowie an der Kern-Mantelgrenze in 2900 km Tiefe und zwischen dem äußeren und dem inneren Kern; an diesen Diskontinuitäten ändert sich die Schallgeschwindigkeit sprunghaft und es treten Reflexionen auf. Die Analogie zur Optik ist nicht perfekt: Zusätzlich zu Transversalwellen (das Material schwingt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, so wie das elektrische und das magnetische Feld von Lichtwellen) treten Kompressionswellen auf, bei denen das Material in Ausbreitungsrichtung schwingt. Diese Wellen können Flüssigkeiten durchdringen, während Scherwellen die Rückstellkräfte im Kristallgitter brauchen. Mit der Koexistenz von Kompressions- und Scherwellen wurde der flüssige äußere Erdkern entdeckt. Erdbeben mit Magnituden über 4 stellen so viel Energie bereit, dass die Erdbebenwellen den gesamten Erdkörper durchlaufen und danach immer noch aufgezeichnet werden können. In allen einführenden Darstellungen der Geophysik wird beschrieben, wie in den ersten Jahrzehnten des 20. Jahrhundert der schalenförmige Aufbau des Erdkörpers mit Raumwellen (zusammenfassende Bezeichnung von P- und S-Wellen, im Gegensatz zu Oberflächenwellen) gefunden wurde.

Erdbebenwellen entstehen bei Erdbeben, wenn ein Gestein plötzlichem Druck ausgesetzt wird

oder wenn ein vorhandener Druck plötzlich abgebaut wird und die zugehörige Verschiebung als elastische Welle fortgepflanzt wird.



Welle: Räumliche Ausbreitung von Schwingungen. Die Wellengleichung

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 \xi}{dx^2}$$

gilt für die *Auslenkung* ξ , d.h. ‚dass etwas ausgelenkt wird‘ pflanzt sich mit der Wellengeschwindigkeit v fort. Alternativ kann man sagen, dass sich bei Longitudinalwellen (s.u.) relative Volumenänderungen $\Delta V / V$ (und nicht etwa ein Volumen selbst) mit dieser Geschwin-

digkeit ausbreiten. Bei Transversalwellen breitet sich eine Scherung (ohne Volumenänderung) mit dieser Geschwindigkeit aus. Wir unterscheiden also:

Longitudinalwellen: Das Material schwingt in der Richtung von v

Transversalwellen: Das Material schwingt senkrecht zu v

Oberflächenwellen: Kombination von Longitudinal- und Transversalwellen innerhalb einer Schicht unterhalb der Oberfläche eines schwingfähigen Gebildes

Longitudinal- und Transversalwellen werden manchmal unter dem Begriff 'Raumwellen' zusammengefasst (Gegenbegriff: Oberflächenwellen).

Longitudinalwellen treten in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern auf. Für Gase und Flüssigkeiten ergibt sich als Schallgeschwindigkeit

$$|v| = \sqrt{\frac{1}{\kappa\rho}}$$

mit der Kompressibilität $\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$

Für Longitudinalwellen in Festkörpern kann die Ableitung der eindimensionalen Wellengleichung weitgehend übernommen werden, wenn der Druckunterschied zwischen zwei Querschnittsflächen einer Gassäule durch den Unterschied $\Delta\sigma$ zwischen den Spannungen σ_2, σ_1 an den Stirnflächen A eines Quaders mit dem Elastizitätsmodul E ersetzen, für den das Hooke'sche Gesetz gilt

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l}$$

Für eine etwas vereinfachte Herleitung identifizieren wir mit der relativen Längenänderung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

auch die Variation der Auslenkung ξ in x -Richtung. Der Spannungsunterschied

$$\Delta\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial x} \Delta x = E \frac{\partial\varepsilon}{\partial x} \Delta x = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x$$

führt auf eine Kraftdifferenz

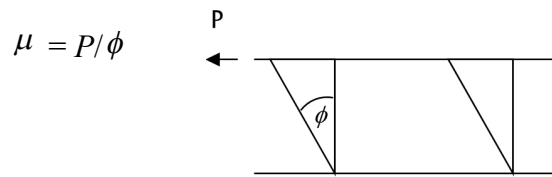
$$\Delta F = \Delta\sigma A = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x A = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta V$$

für die eine Newton'sche Bewegungsgleichung gilt

$$\Delta F = \Delta m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \Delta V$$

Also haben wir eine Wellengleichung für ΔV mit $|v| = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Dies ist nur eine Näherung, wenn die Querkontraktion berücksichtigt wird, ergibt sich eine komplizierte Formel.

Für Transversalwellen in Festkörpern ergibt sich eine Wellengleichung mit $|v| = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$



Physikalisch beschreibt κ (oder der Kompressionsmodul $K = 1/\kappa$) eine reine Kompression, wie sie auch bei Gasen und Flüssigkeiten möglich ist; die durch μ beschriebene Scherung ist dagegen nur in Festkörpern möglich. E enthält offenbar beide Effekte.

*In der Seismologie werden die Wellengleichungen für Longitudinal- und Transversalwellen etwas anders abgeleitet: Das skalare Hookesche Gesetz $\sigma = E\varepsilon$ wird ersetzt durch eine Beziehung, in der Spannung σ und Dehnung ε 3*3 Tensoren sind. Der Spannungstensor bildet die Richtung eines Drucks auf die Richtung der Flächennormale, auf welche der Druck wirkt, ab (Seine Elemente σ_{xx} und σ_{xy} sind also Schub- und Scherspannungen). Der Dehnungstensor erlaubt es, beliebige Verformungen zu beschreiben, die sich aus Volumenänderungen und Scherungen zusammensetzen. Der Elastizitätsmodul wird dann zu einem Tensor, der Kompression und Scherung beschreibt; die Wellengleichungen für Longitudinal- und Transversalwellen werden in einer Rechnung abgeleitet. Für das einfachste Modell eines bezüglich seiner Schallgeschwindigkeiten homogenen und isotropen („nicht richtungsabhängig“) Mediums erhält man*

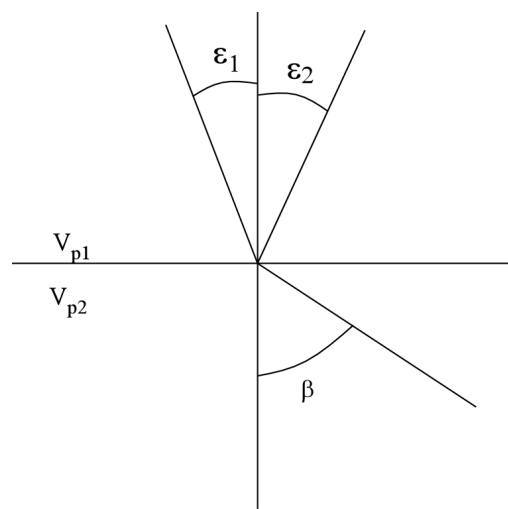
$$|v_{\text{Longitudinal}}| = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad \text{und} \quad |v_{\text{Transversal}}| = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

darin sind K der Kompressionsmodul, μ der Schermodul und ρ die Dichte.

Die Longitudinalwellen sind schneller, auf einem Seismogramm erscheinen sie also früher als die Transversalwellen, welche durch dasselbe Erdbeben entstehen. Deshalb werden Longitudinalwellen in der Seismologie als P-(Primär)wellen und Transversalwellen als S-(Sekundär)wellen bezeichnet. Die gleichzeitige Identifizierung von Longitudinal- und Transversalwellen desselben Erdbebens and weltweit verteilten Registrierstationen ermöglichte 1924 die Entdeckung des flüssigen äußeren Erdkerns.

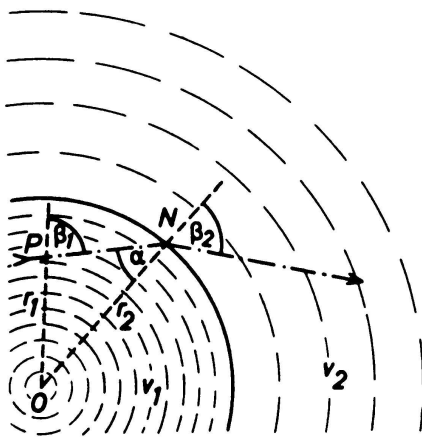
Oberflächenwellen gibt es nach einem Erdbeben auch, sie haben eine viel größere Zerstörungskraft als Raumwellen, bei denen die Energiedichte im Abstand r vom Erdbebenherd mit r^{-3} abnimmt: Bei Wellen, die sich nur an (bzw. „unter“) der Oberfläche ausbreiten, nimmt die Energiedichte mit r^{-2} ab.

An Grenzflächen (z.B. zwischen Erdkruste und Mantel), wenn die seismischen Moduln K und μ sowie die Dichte ρ und deshalb v_p , v_s sich diskontinuierlich ändern, gilt das Snellius-Gesetz für Reflexion, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, und für Refraktion



$\frac{\sin \varepsilon_1}{v_{p1}} = \frac{\sin \beta}{v_{p2}}$: In Analogie zur Optik, das Material mit der kleineren Ausbreitungsgeschwindigkeit entspricht dem optisch dichteren Medium .

Im Mantel der Erde nehmen wegen des zunehmenden Drucks die seismischen Moduln und die Dichte mit der Tiefe zu; eine stetige Geschwindigkeitszunahme führt auf gekrümmte Strahlen, wie jetzt gezeigt werden soll: Wir gehen zunächst von einer einzelnen kugelförmigen Grenzfläche aus, die zwei Mantelschalen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten v_1, v_2 von einander trennen soll. Für einen beliebigen Punkt P erhält man aus dem Sinussatz im Dreieck PNO (Abb.)



$$\frac{r_1}{\sin \alpha} = \frac{r_2}{\sin(180^\circ - \beta_1)} = \frac{r_2}{\sin(\beta_1)}$$

Im Punkt N an der Grenzfläche gilt das Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Aus diesen beiden Beziehungen folgt das Brechungsgesetz für Kugelflächen

$$\frac{r_1 \sin \beta_1}{r_2 \sin \beta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

oder

$$\frac{r_1 \sin \beta_1}{\frac{v_1}{r_2 \sin \beta_2}} = 1$$

Da dies an jeder (konzentrischen) kugelförmigen Grenzfläche gilt, erhält man für eine Kugel, in der $v(r)$ eine stetige Funktion des Abstandes r vom Mittelpunkt ist, ein verallgemeinertes Brechungsgesetz

$$\frac{r \sin \beta}{v(r)} = \text{const} = p$$

Der *Strahlenparameter* p kennzeichnet den Strahl. Wegen der i.a. monotonen Zunahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe sind die Strahlen nach unten konvex gekrümmt (im Gegensatz zu obiger Zeichnung!). In Scheitelpunkt ist $\beta=90^\circ$, dort sei außerdem $r = r_0$ und $v = v_0$.

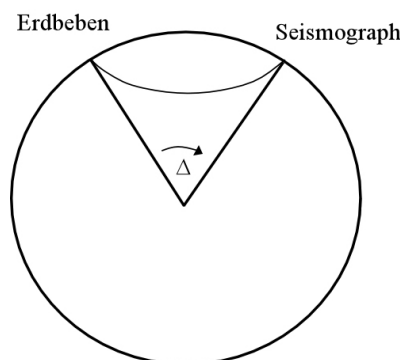
Weil das verallgemeinerte Brechungsgesetz für jeden Winkel β gilt, kann man mit dem Bennendorfschen Satz

$$p = \frac{r_0}{v_0} = \frac{r_E \sin \beta_{r_E}}{v(r_E)}$$

die Strahlendaten am Scheitelpunkt mit denen an der Erdoberfläche verknüpfen. Dort kann man $\beta_{r_E} = \beta(r_E)$ aus dem Verhältnis von Vertikal- zu Horizontalkomponente der Bodenbewegung bestimmen. Wenn außerdem v an (oder besser unter) der Erdoberfläche bekannt ist – z.B. aus Reflexionsseismik – kann der Strahlparameter p bestimmt werden. Ist außerdem r_0 bekannt (aus dem Herglotz-Wiechert-Verfahren, s.u.), kann die seismische Geschwindigkeit am Scheitelpunkt gefunden werden. Gesucht ist letztendlich $v(r)$, deshalb werden viele verschiedene Strahlen mit unterschiedlichem r_0 und deshalb unterschiedlicher Herdentfernung ausgewertet.

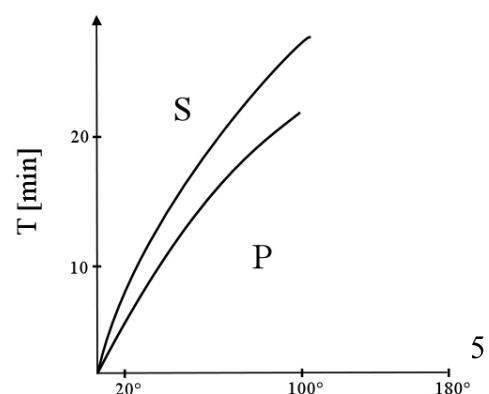
Als Herdentfernung ist der Abstand zwischen Erdbeben und Seismograph auf einem Großkreis definiert, die Herdentfernung ist also ein Winkel.

Δ : „Herdentfernung“



Die Laufzeitkurve

Für eine geschichtete Erde ergibt sich bei gleicher Herdentfernung stets die gleiche Laufzeit – unabhängig davon, durch welchen Teil des Mantels der Strahl verläuft. : Zu der als *Laufzeitkurve* bezeichneten Auftragung $T(\Delta)$ können also Strahlen von allen Teilen der Erde beitragen. Die Laufzeitkurve ist nicht linear,



weil Strahlen mit größerer Herdentfernung tiefer eindringen und dort eine höhere Geschwindigkeit ‚sehen‘.

Mit dem Herglotz-Wiechert-Verfahren kann die Tiefe r_0 des Scheitelpunktes eines Strahl mit einer bestimmten Herdentfernung Δ durch Integration der Laufzeitkurve von 0 bis Δ bestimmt werden:

$$\ln \frac{r_E}{r_0} = \frac{1}{\pi} \int ar \cosh \left(\frac{\frac{dT}{d\Delta'}}{\left[\frac{dT}{d\Delta'} \right]_{\Delta'=\Delta}} \right) d\Delta'$$

Die aus der Laufzeitkurve ablesbare eindeutige Beziehung zwischen der Herdentfernung und dem Laufzeitunterunterschied von S- und P-Welle ermöglicht es, die Herdentfernung aus einem einzelnen Seismogramm zu bestimmen. Ist außerdem noch der als *Backazimuth* bezeichnete Winkel zwischen der Nordrichtung und der Einfallsrichtung der Erdbebenwellen am Ort des Seismographen bekannt, kann das Epizentrum (Projektion des als Hypozentrum bezeichneten Erdbebenortes in Mantel oder Kruste auf die Erdoberfläche) gefunden werden.

- | | |
|---------------|---|
| Beobachtung 1 | P-Wellen durchlaufen alle Teile des Erdkörpers, aber für S-Wellen gibt es eine ‚Schattenzone‘ mit Herdentfernungen über 103°. Der äußere Kern der Erde, 2900 – 5100 Km, transportiert keine S Wellen, er ist also flüssig. <i>Diese Beobachtung wird später beim Verständnis des Geodynamos, der das Magnetfeld der Erde erzeugt, wieder gebraucht.</i> |
| Beobachtung 2 | Reflexion und Refraktion an folgenden Diskontinuitäten (Grenzflächen): Kruste/Mantel und Mantel/äußerer Kern und äußerer/innerer Kern |
| Beobachtung 3 | stetige Zunahme von v_p , v_s mit der Tiefe <u>zwischen</u> den Diskontinuitäten |
| Beobachtung 4 | mit dieser Ausnahme: Unterhalb der Lithosphäre (=Kruste und oberster, spröder Teil der Mantels, der nicht an der Mantel-Konvektion teilnimmt) an einigen Stellen eine Schicht verringerter S-Wellengeschwindigkeiten. Wird wegen der ursprünglichen Interpretation „durch partielle Schmelzen“ als Asthenosphäre bezeichnet (vgl Kap 2.3, 3.3) |
| Beobachtung 5 | zusätzliche Diskontinuitäten im oberen Mantel, 410 u. 670 km |

Beobachtung 6 reale Laufzeitkurve ist 'verschmiert', d.h. für dieselbe Herdentfernung ergeben sich in verschiedenen Messgebieten etwas unterschiedliche Laufzeiten. Das Modell der 'geschichtete Erde' ist also nicht ganz richtig. *Diese Beobachtung ist ein erster Hinweis darauf, dass im Mantel Prozesse ablaufen, die die 'Schichtung' durcheinanderbringen; ein Beispiel ist das Abtauchen ozeanischer Lithosphäre bei der Subduktion.*

Sog. Anomalien der Geschwindigkeitsverteilung (=Abweichungen von der geschichteten Erde) werden mit der Methode der seismischen Tomographie untersucht.