



Bachelorarbeit

Untersuchungen zur Antwort eines OST auf den Zweiten Schall

On the Response of an OST to Second Sound

angefertigt von

Benjamin Willenberg

aus Goch

am II. Physikalischen Institut

Arbeitsnummer: II.Physik-UniGö-BSc-2011/03

Bearbeitungszeit: 28. März 2011 bis 4. Juli 2011

Betreuer/in: Dr. Michael Uhrmacher

Erstgutachter/in: Prof. Dr. Arnulf Quadt

Zweitgutachter/in: Priv.Doz. Dr. Jörn Große-Knetter

Zusammenfassung

Oscillating Superleak Transducer (OST) werden als Detektoren des Zweiten Schalls in suprafluidem Helium benutzt, um Quenchpunkte supraleitender Hochleistungskavitäten zu lokalisieren. Der Göttinger Teststand zu diesem Verfahren erzeugt mithilfe eines ohmschen Widerstands einen Wärmepuls und simuliert so eine reale Quenchsituation. Mit der Möglichkeit, insbesondere die geometrische Anordnung der Komponenten sowie die Stärke des Wärmepulses zu variieren, erlaubt dieser Aufbau Studien zum genaueren Verständnis der Antwort eines OST auf den Zweiten Schall. Ausgehend von Experimenten am Göttinger Teststand wird eine u.a. auf mathematische Methoden gestützte Argumentation entwickelt, die über die Reproduzierbarkeit der Signale (1) und die zuverlässige Bestimmbarkeit des Startzeitpunktes (2) die Detektierbarkeit von Reflexionen des Zweiten Schalls belegt (3) und eine Erklärung für das in Göttingen beobachtete, auffällig lange Signal in Eigenschwingungen des OST findet (4).

Abstract

Oscillating Superleak Transducer (OST) are used to detect Second Sound in Helium II in order to localize quench spots on superconductive cavities. At Göttingen University a test setup simulates a quench spot via a resistor. This enables to study the response of an OST on Second Sound by varying the parameters - especially the geometric configuration of the components and the intensity of the heat pulse given by the resistor. Based on experiments run on this setup and supported by mathematical methods a line of arguments is developped. Beginning with the reproducibility of the signal (1) it is shown that the distance travelled by a Second Sound Wave can be reconstructed precisely (2), and that the reflected parts of a Second Sound Wave can be detected (3). Furthermore it analyses the noticeably long and slightly damped signal seen in Göttingen as driven by self-oscillation of the OST (4).

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung			1
2	Theoretische Grundlagen			
	2.1	Kavitäten		3
		2.1.1	Funktionsweise	3
		2.1.2	Kenngrößen zur Klassifizierung	4
		2.1.3	Supraleitende Technologie	4
		2.1.4	Supraleitung	5
		2.1.5	Supraleitung unter dem Einfluss externer elektromagnetischer Felder	6
		2.1.6	Quenchpunkte und typische Quenchenergie	6
		2.1.7	Verfahren zur Quenchpunktlokalisierung	7
	2.2	Eigens	schaften suprafluiden Heliums	8
		2.2.1	Das Zwei-Fluid-Modell nach LANDAU	8
		2.2.2	Zweiter Schall	8
		2.2.3	Lösung der Wellengleichung	9
			Reflexionskoeffizient	10
		2.2.4	Temperaturabhängikeit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls $\ .$.	11
	2.3	Quenc	chpunktlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST	11
		2.3.1	Beschreibung des Messverfahrens	12
		2.3.2	Oscillating Superleak Transducer (OST)	12
			Aufbau und Funktionsweise	12
			Elektronische Auslese	13
			Eigenmoden einer Kreismembran	14
	2.4	Mathe	ematische Grundlagen zur Verarbeitung digitaler Signale	15
		2.4.1	NYQUIST-SHANNON-Abtast theorem	16
		2.4.2	Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR)	17
		2.4.3	Frequenzanalyse	18
			Kontinuierliche Fouriertransformation	18
			Spezielle Funktionen unter der Fouriertransformation $\ . \ . \ . \ .$	19

			Diskrete Fouriertransformation	20	
			Fensterfunktionen	21	
			Diskrete Fouriertransformation für reelles Eingangssignal	22	
3	Exp	Experimentelle Vorgehensweise			
	3.1	Besch	reibung des Versuchsaufbaus	23	
		3.1.1	Komponenten des Kryoteststands	23	
		3.1.2	Änderungen am zur Verfügung gestellten Teststand $\ .\ .\ .\ .$.	25	
		3.1.3	Digitalisierung des Originals ignals am Oszilloskop $\ .\ .\ .\ .\ .$	27	
		3.1.4	Abstands messung zwischen OST und Widerstand $\ . \ . \ . \ .$.	28	
		3.1.5	$Temperaturmessung \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $	29	
	3.2	Messre	$eihen \ldots \ldots$	29	
		3.2.1	Experimente zur Analyse von Eigenschwingungen des OST	30	
			Variation der Versorgungsvorspannung am OST \hdots	30	
			Anregung mit periodischem Sinussignal	30	
		3.2.2	Experimente zu Anregungen mit unterschiedlichen Pulsparametern	31	
		3.2.3	Experimente zur Reproduzierbarkeit des Signals \hdots	32	
		3.2.4	Experimente zur Analyse von Reflexionen an der Kryostatwand $\ .$.	32	
			Variation des Abstands zwischen OST und Wand $\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	32	
			Variation des Abstands zwischen OST und Widerstand	33	
4	Auswertung und Ergebnisse				
	4.1	Aufbe	reitung der aufgezeichneten Zeitreihen für die Analyse	35	
	4.2	Konsis	stenzcheck	36	
	4.3	Reproduzierbarkeit des Signals			
	4.4	Unters	suchungen zur Verbesserung der Signalqualität	38	
		4.4.1	Verbesserung des SNR \ldots	39	
		4.4.2	Vergrößerung der Signalamplitude	39	
	4.5	Bestin	nmung des Signalstarts	40	
	4.6	Abklingverhalten der Signalamplitude			
	4.7	Reflex	ion des Zweiten Schalls	44	
		4.7.1	Reflexionskoeffizient des Zweiten Schalls an einer Glaswand	46	
		4.7.2	Folgen des geringen Reflexionskoeffizienten	47	
	4.8	Freque	enzanalyse	48	
		4.8.1	Ausschluss von Eigenschwingungen der Auslese elektronik $\ .\ .\ .$.	51	
		4.8.2	Schwingungen der OST-Membran	51	

5	Diskussion und Zusammenfassung	53
6	Ausblick	55
7	Anhang	57

Abbildungsverzeichnis

2.1	Neun-Zellen-Kavität aus Niob	3
2.2	Typische Defektstellen einer Kavität im Äquatorbereich $[1]$	7
2.3	Temperaturabhängigkeit der Zweiten Schall-Geschwindigkeit	11
2.4	Aufbau zur Quenchlokalisierung mit 8 OST und Komponenten eines OST .	13
2.5	Schaltplan zur elektronischen Auslese des OST	13
2.6	Eigenmoden einer Kreismembran	16
2.7	Veranschaulichung des Alias-Effekts bei zu niedriger Abtastrate	17
2.8	$\label{eq:Fouriertransformierte} Fouriertransformierte eines periodischen, exponentiell abfallenden Signals \ .$	20
2.9	Impulsantwort zu Rechteck- und Gaußfester	22
3.1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	24
3.2	Schematische Darstellung der möglichen OST-Einstellungen	26
3.3	Hi-Res-Modus am Oszilloskop	27
3.4	Dampfdruckkurve von ⁴ He zur Definition tiefer Temperaturen nach $ITS90$	29
3.5	OST-Position im Kryostaten bei vertikaler Ausrichtung	33
4.1	Typisches Rohsignal vom OST	35
$4.1 \\ 4.2$	Typisches Rohsignal vom OST Typisches Signal vom OST nach Mittelwertsbereinigung Typisches Signal vom OST nach Mittelwertsbereinigung Typisches Signal vom OST nach Mittelwertsbereinigung	$\frac{35}{36}$
4.1 4.2 4.3	Typisches Rohsignal vom OSTOSTTypisches Signal vom OST nach Mittelwertsbereinigung	35 36 37
 4.1 4.2 4.3 4.4 	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37 38
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 	Typisches Rohsignal vom OST	 35 36 37 37 38 39
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 	Typisches Rohsignal vom OST	 35 36 37 37 38 39 40
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 	Typisches Rohsignal vom OST	 35 36 37 37 38 39 40 41
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37 38 39 40 41 42
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 	Typisches Rohsignal vom OST	 35 36 37 37 38 39 40 41 42 44
4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37 38 39 40 41 42 44 44
$\begin{array}{c} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \\ 4.5 \\ 4.6 \\ 4.7 \\ 4.8 \\ 4.9 \\ 4.10 \\ 4.11 \\ 4.12 \end{array}$	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37 38 39 40 41 42 44 46 47
$\begin{array}{c} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \\ 4.5 \\ 4.6 \\ 4.7 \\ 4.8 \\ 4.9 \\ 4.10 \\ 4.11 \\ 4.12 \\ 4.13 \end{array}$	Typisches Rohsignal vom OST	35 36 37 37 38 39 40 41 42 44 46 47 49

Tabellenverzeichnis

3.1	Dimensionierung der elektronischen Bauteile vor und nach der Modifikation	26
3.2	Parameter der Anregungspulse	31
4.1	Qualität der Abstandsmessungen mittels Zweitem Schall und OST	43
4.2	Lebensdauer der Signale bei unterschiedlicher Anregung	45
4.3	Gemessene Hauptfrequenzen in den OST-Signalen	52
4.4	Vergleich zwischen OST-Hauptfrequenzen und Moden einer Kreismembran	52
7.1	Wichtige Messgrößen des Göttinger Testaufbaus (nach $[2]$)	57
7.2	Einstellungen am Oszilloskop	57
7.3	Koeffizienten für die Geschwindigkeitsberechnung des Zweiten Schalls $\ .\ .$	58
7.4	Koeffizienten zur Definition tiefer Temperaturen	58
7.5	Messwerte zur Temperaturabhängigkeit der Zweiten Schall-Geschwindigkeit	58

1 Einleitung

Für aktuelle und geplante Experimente der modernen Teilchenphysik werden hochleistungsfähige Beschleuniger benötigt. Da mit heutigen Ringbeschleunigern wie dem LHC am CERN und dem TEVATRON am FERMILAB nur ein Teil der gegenwärtig gewünschten Untersuchungen realisiert werden kann, plant man aktuell Linearbeschleuniger wie den ILC, die weiterführende Experimente insbesondere mit Elementarteilchen wie dem Elektron zulassen. Wesentliche Komponenten solcher Teilchenbeschleuniger sind sogenannte Kavitäten, die die elektrischen Felder zur Beschleunigung der Teilchen erzeugen. Zur Erzielung der angestrebten hohen Schwerpunktsenergien sind hochleistungsfähige Kavitäten in großen Stückzahlen erforderlich. Um die Hochleitungsfähigkeit der Kavitäten zu gewährleisten, werden supraleitende Technologien eingesetzt, die besonderen Qualitätsstandards genügen müssen. Deshalb ist es notwendig, jede einzelne Kavität vor dem Einbau gründlichst zu prüfen. Angesichts der hohen Stückzahlen wird ein schnelles und kostengünstiges Verfahren zur Auffindung eventueller Mängel benötigt. Ein häufig auftretendes Problem sind kleinste Verunreinigungen auf der Innenwand einer Kavität, die zu Wärmepunkten, sogenannten Quenchpunkten, führen und den Betrieb zusammenbrechen lassen. Seit wenigen Jahren arbeitet man international an einem Verfahren, solche Defektstellen unter Ausnutzung des sogenannten Zweiten Schalls in suprafluidem Helium mithilfe eines Oscillating Superleak Transducers (OST) zu lokalisieren. In Göttingen wurde zu diesem Verfahren im vergangenen Jahr ein Testaufbau eingerichtet, der die Lokalisation eines Wärmepunktes mit Zweitem Schall und OST simuliert. Die vorliegende Arbeit ist ein Beitrag zur Interpretation des OST-Signals auf einen solchen Wärmepuls. Ausgehend von eigenen Messungen am Göttinger Testaufbau wird das Anwortverhalten eines OST auf den Zweiten Schall unter folgenden drei Hauptfragestellungen betrachtet: Inwieweit und mit welcher Genauigkeit kann die Laufzeit des Zweiten Schalls bestimmt und damit der Abstand zum Wärmepunkt rekonstruiert werden? Welchen Einfluss haben hierbei Reflexionen an der Wand des Kryostaten? Sind aus der Form des Signals und insbesondere aus den enthaltenen Frequenzen weitere Informationen zu entnehmen und wenn ja, welche?

Um die Experimente für die vorliegende Arbeit sinnvoll anzulegen, ist es hilfreich, die physikalischen Grundlagen sowie die Bedingungen bei den realen Qualitätstests von Kavi-

1 Einleitung

täten zu kennen. Erarbeitet werden diese für die vorliegende Arbeit notwendigen Voraussetzungen im Theoriekapitel, wobei Teil 2.1 sich mit den Kavitäten selbst befasst und Teil 2.2 die Eigenschaften suprafluiden Heliums zum Gegenstand hat. Teil 2.3 beschreibt darauf aufbauend das Messverfahren zur Quenchpunktlokalisierung sowie die Funktionsweise eines OST. Anlage und Auswertung der eigenen Experimente sowie die Interpretation des OST-Signals stützen sich auf mathematische Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung, wie sie in Teil 2.4 vorgestellt werden. Den Hauptteil der Arbeit bilden die beiden folgenden Kapitel. Zunächst ist in Kapitel 3 die Durchführung der eigenen Experimente dokumentiert: An die Beschreibung des Versuchsaufbaus schließt sich die Dokumentation der durchgeführten Messreihen an. Die weitgehend aufeinander aufbauenden Messreihen verfolgen entsprechend der Fragestellungen der vorliegenden Arbeit unterschiedliche Zielsetzungen. Kapitel 4 befasst sich mit der Aufbereitung, Analyse und Interpretation dieser Messreihen und entwickelt unter Einbeziehung der zuvor erarbeiteten theoretischen Grundlagen die Ergebnisse der Untersuchung. Zur Beantwortung der eingangs gestellten Fragen sind diese Ergebnisse in Kapitel 5 zusammenfassend dargestellt. Weiterführende Ideen für zukünftige Untersuchungen, die sich aus den Untersuchungsergebnissen ableiten, werden im Ausblick (Kapitel 6) vorgestellt.

2.1 Kavitäten

Zur Erzeugung der beschleunigenden hohen elektrischen Felder in modernen Teilchenbeschleunigern werden heute vorzugsweise Hohlraumresonatoren, sogenannte Kavitäten, verwendet. Je nach Einsatzzweck für nieder-, mittel- oder hochenergetische Teilchen liegt die Betriebsfrequenz einer Kavität im MHz- bis GHz-Bereich. Ihr Durchmesser variiert von einigen Zentimetern bis hin zu 1,5 m. Während früher größere, im niedrigen Frequenzbereich betriebene Kavitäten aus Kupferhalbschalen gefertigt wurden, stellt man heute vergleichsweise kleine Mehrzellen-Kavitäten aus supraleitenden Materialien wie z.B. hochreinem Niob her. Sie werden im hochfrequenten Bereich betrieben. In aktuellen Projekten schaltet man bis zu acht solcher supraleitenden Mehrzellen-Kavitäten in einem Modul hintereinander und kühlt sie zusammen durch flüssiges Helium auf die Betriebstemperatur von 2 K herunter.



Abb. 2.1: Aus Niob gefertigte supraleitende Neun-Zellen-Kavität mit einer Betriebstemperatur von 2K, einem vorgesehenen Beschleunigungsgradienten von 31,5 MV/m und einer Betriebsfrequenz von 1,3 GHz.

2.1.1 Funktionsweise

In einer Kavität werden die geladenen Teilchen durch stehende oder laufende elektromagnetische Wellen beschleunigt. Getrieben wird eine Kavität durch hochfrequente Mikrowellenstrahlung. Ist die Kavität dabei genau auf die Frequenz der Mikrowellenstrahlung abgestimmt, kommt es zur Resonanzüberhöhung und der maximale Feldgradient kann mit bis zu 55 MV/m [3] deutlich über den der eingekoppelten Mikrowellen gesteigert werden. Als Kavität würde bereits ein auf beiden Seiten abgeschlossenes elektrisch leitendes

Rohr funktionieren, jedoch werden für den Beschleunigungsbetrieb bestimmte Konfigurationen der stehenden elektromagnetischen Wellen benötigt: Nur das elektrische Feld soll sich entlang der Strahlachse ändern, das magnetische Feld soll nach Möglichkeit vollständig verschwinden. Diese Konfiguration kann durch spezielle geometrische Anordnungen (mehrere hintereinander gereihte Halbschalen) und den Einsatz von Irisblenden erreicht werden. Die so erhaltene Konfiguration wird TM-Welle (transversal magnetische Welle) genannt und im Beschleunigungsbetrieb fast ausschließlich verwendet.

2.1.2 Kenngrößen zur Klassifizierung

Bei der Charakterisierung einer Kavität sind zwei Größen von besonderer Bedeutung: Das mittlere Beschleunigungsfeld E_{acc} und der Qualitätsfaktor Q_0 .

Als mittleres Beschleunigungsfeld definiert man dasjenige elektrische Feld, das ein geladenes Teilchen durchschnittlich während des Durchlaufens der Beschleunigungsstrecke sieht. Berechnet wird das Beschleunigungsfeld durch den Quotienten aus der Beschleunigungsspannung V_{acc} und der Länge d der Kavität: $E_{acc} = \frac{V_{acc}}{d}$. Die Beschleunigungsspannung ist hierbei gegeben durch $V_{acc} = |\int_0^d E_z(z,t) ds|$, also durch das Linienintegral über das beschleunigende elektrische Feld E_z in z-Richtung, das vom beschleunigten Teilchen durchlaufen wird. Für die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegenden Teilchen muss dabei $t = \frac{z}{c}$ eingesetzt werden.

Der Qualitätsfaktor Q_0 ist ein Maß für die Güte einer Kavität. Er beschreibt bis auf den Faktor 2π die Anzahl der Wechselfeldperioden, die es dauert, bis die gesamte in der Kavität gespeicherte Energie abgegeben ist. Er wird definiert durch $Q_0 := \frac{\omega_0 \cdot U}{P_C}$, wobei ω_0 die Kreisfrequenz des Wechselfeldes, U die gesamte in der Kavität gespeicherte Energie und P_C die pro Periode abgestrahlte Energie ist. Die Gesamtenergie ist dabei gegeben durch $U = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \int_V |\vec{H}|^2 \, dV = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \int_V |\vec{E}|^2 \, dV$ mit Integration über das Gesamtvolumen der Kavität. Unter Annahme eines konstanten Oberflächenwiderstands R_S an der Kavitätsinnenseite gilt $P_C = \frac{1}{2} \cdot R_S \cdot \int_S |\vec{H}|^2 \, dS$, wobei über die gesamte Oberfläche der Kavität integriert wird.

2.1.3 Supraleitende Technologie

Bei den auftretenden starken elektromagnetischen Wechselfeldern ist es daher wichtig, dass die Wände der Kavität einen möglichst geringen Widerstand aufweisen, um nicht mit jeder Periode einen Großteil der in der Kavität gespeicherten Energie ungenutzt zu verlieren. Bei älteren Beschleunigern war die maximale Leistungsfähigkeit durch den relativ hohen Widerstand von Kupfer eng begrenzt. Heute kann man auf supraleitende Technologien zurückgreifen. Die aus hochreinem Niob gefertigten Kavitäten haben einen um fünf Größenordnungen kleineren Oberflächenwiderstand (im 10-100 n Ω -Bereich), der eine deutliche Steigerung des mittleren Beschleunigungsfeldes auf bis zu 55 MV/m, in Ausnahmefällen sogar auf 200 MV/m [3] ermöglicht. Darüber hinaus kann der Qualitätsfaktor um fünf Größenordnungen erhöht werden. Die in Abbildung 2.1 gezeigte Neun-Zellen-Kavität wurde im Rahmen des TESLA-Projekts am DESY entwickelt und ist bereits beim FLASH (Free-Electron Laser, Hamburg) im Einsatz. Es ist geplant, sie nach einer Weiterentwicklung auch im XFEL (X-Ray Free-Electron Laser, Hamburg) sowie im ILC (International Linear Collider) zu verwenden.

Die Grenzen für das maximale Beschleunigungsfeld einer supraleitenden Kavität werden durch die Physik eines Supraleiters selbst vorgegeben. Wie im Folgenden Kapitel gezeigt, treten die supraleitenden Eigenschaften nur unterhalb der Sprungtemperatur (bei Niob 9,5 K) [4] und unterhalb der kritischen Magnetfeldstärke (bei Niob 220 mT) [3] auf. Wird eine dieser Grenzbedingungen überschritten, so kommt es zu einem Zusammenbruch der Supraleitung.

2.1.4 Supraleitung

Supraleitung bezeichnet die Eigenschaft bestimmter Feststoffe, bei Temperaturen nahe des absoluten Nullpunktes elektrische Ströme im Rahmen der heutigen Messgenauigkeit verlustfrei zu leiten, d.h. die Feststoffe verlieren jeglichen ohmschen Widerstand. Darüber hinaus verdrängen Stoffe im supraleitenden Zustand bis zu einer bestimmten Stärke vollständig externe Magnetfelder und werden damit zu einem perfekten Diamagneten. Erklärt werden kann die Supraleitung im Rahmen der BCS-Theorie, die das Kollektivverhalten der Elektronen in einem metallischen Leiter bei tiefen Temperaturen beschreibt[3]. Sie wurde 1957 von J. BARDEEN, L.N. COOPER und J.R. SCHRIEFFER entwickelt [5]. Durch die Annäherung an den absoluten Temperaturnullpunkt gehen die Elektronen in einen speziellen Quantenzustand über, bei dem je zwei Valenzelektronen ein sogenanntes COOPER-Paar bilden. Dabei koppeln die halbzahligen Spins der beiden Elektronen in einem COOPER-Paar durch antiparallele Ausrichtung zu Null. Mit nun ganzzahligem Spin fallen die COOPER-Paare unter die BOSE-EINSTEIN-Statistik. Somit können alle COOPER-Paare in denselben Grundzustand übergehen. Für den Widerstand bei einem normalen Leiter sind inelastische Streuungen an den Gitteratomen verantwortlich, die durch Phonon-Wechselwirkungen zu Anregungen von Gitterschwingungen und damit zur Erwärmung des Festkörpers führen. Im supraleitenden Zustand gibt es solche Phonon-Wechselwirkungen nicht. Da sich die COOPER-Paare bereits im Grundzustand befinden, können sie nicht durch Streuprozesse weitere Energie abgeben. Das heißt, dass das Atomgitter keinen Einfluss mehr auf die Bewegung der COOPER-Paare hat und dass diese somit widerstandsfrei die elektrische Ladung durch den Leiter transportieren können. Erhöht man die Temperatur ausgehend vom Temperaturnullpunkt, so werden die COOPER-Paare zunehmend aufgebrochen und ihre Anzahl nimmt exponentiell ab, bis schließlich bei der Sprungtemperatur keine COOPER-Paare mehr vorhanden sind. Hier bricht dann auch die Supraleitung zusammen.

2.1.5 Supraleitung unter dem Einfluss externer elektromagnetischer Felder

Das absolute Verschwinden des ohmschen Widerstands in einem Supraleiter tritt nur bei Gleichstrom oder Wechselstrom mit sehr niedrigen Frequenzen auf. Bei hohen Frequenzen im GHz-Bereich, wie sie beim Beschleunigerbetrieb mit supraleitenden Kavitäten vorkommen, verschwindet der Widerstand nicht vollständig. Dies wird verursacht durch die Trägheit der COOPER-Paare, bedingt durch ihre endliche Masse.

Darüber hinaus kann das Magnetfeld der elektromagnetischen Welle gemäß der Londonschen Eindringtiefe [6] ein Stück weit in die Wand der Kavität eindringen und dadurch ebenfalls die Supraleitung stören. Wird dabei die kritische Magnetfeldstärke des Supraleiters überschritten, so kann das externe Magnetfeld den Supraleiter soweit durchsetzen, dass die Supraleitung vollständig zusammenbricht. Bei Typ-II-Supraleitern liegt die kritische Magnetfeldstärke für das Zusammenbrechen der gesamten supraleitenden Eigenschaft bedingt durch Flussquantisierung erheblich höher als bei Typ-I-Supraleitern. Die Flussquantisierung setzt bei einem unteren kritischen Magnetfeld ein und führt bereits zu einem elektrischen Widerstand.

2.1.6 Quenchpunkte und typische Quenchenergie

Quenchpunkte in einer Kavität werden hergerufen durch Körner aus nicht supraleitendem Material, die beim Fertigungsprozeß auf der Nioboberfläche der Kavitätsinnenwand zurückbleiben. Hauptsächlich findet man diese Körner im Äquatorbereich bei den Schweißnähten. Sie haben typischerweise eine Größe von wenigen 10-100 μ m und erwärmen sich unter dem Einfluss des starken elektromagnetischen Wechselfeldes. Abbildung 2.2 zeigt eine solche Defektstelle [1]. Bei gutem thermischen Kontakt der Körner zur Nioboberfläche wird der umliegende Bereich der Kavitätswand ebenfalls erwärmt, was zunächst zu einem lokalen thermischen Zusammenbruch der Supraleitung führt. Im ungünstigsten Fall breitet sich diese Erwärmung weiter über die Kavität aus und bewirkt so einen großräumigen Zusammenbruch der Supraleitung.



Abb. 2.2: Typische Defektstellen einer Kavität im Äquatorbereich [1].

Zur Berechnung der Quenchenergie kann die Gleichung $\frac{dP_{diss}}{dA} = \frac{1}{2} \cdot R_a \cdot \vec{H}^2$ herangezogen werden, die die pro Wechselfeldperiode und Fläche freigesetzte thermische Energie beschreibt. Die typische Fläche einer Defektstelle ist kreisförmig bei einem Radius bis zu $r = 250 \,\mu$ m. Für eine 9-Zellen-Tesla-Kavität wie oben abgebildet, die bei einer Frequenz von $f = 1,3 \,\text{GHz}$ betrieben wird, liegt die Magnetfeldstärke im Äquatornähe bei $H \approx 10 \,\text{mT}$ und der Oberflächenwiderstand R_a erhöht sich bei Zusammenbruch der Supraleitung auf wenige m Ω . Daraus lässt sich mit $P_{diss} = \frac{1}{2}\pi r^2 \cdot R_a \cdot \vec{H}^2$ eine Quenchleistung im 10-100 mW-Bereich und eine Energie im $\frac{1}{10}$ mJ-Bereich berechnen [3].

2.1.7 Verfahren zur Quenchpunktlokalisierung

Wie oben dargelegt ist es außerordentlich wichtig, dass Quenchpunkte bei der Qualitätsprüfung einer Kavität vor dem Einbau in einen Beschleuniger zuverlässig lokalisiert und beseitigt werden. Bisher wird dazu ein aufwändiges und kostspieliges Verfahren verwendet, bei dem die Kavität zwei- oder mehrmals mit flüssigem Helium auf Betriebstemperatur von 2 K heruntergekühlt und vollständig betrieben werden muss. Dabei wird zunächst die defekte Zelle der Kavität durch das Einkoppeln spezieller Moden der elektromagnetischen Welle ausfindig gemacht. Mit einer Vielzahl von auf der Oberfläche dieser Zelle angebrachten Themometern wird die defekte Stelle weiter eingegrenzt [7]. Besonders aufwändig ist dieses Verfahren gerade bei Kavitäten, die aus vielen Zellen bestehen (wie z.B. die 9-Zellen-Kavitäten, die bei den bereits genannten aktuellen und geplanten Projekte in großen Stückzahlen eingesetzt werden sollen). Erst im folgenden Verfahrensschritt ist die Defektstelle auf der Kavitätsinnenseite durch eine optische Inspektion genau zu lokalisieren, so dass sie anschließend durch Oberflächenpolitur beseitigt werden kann. Eine Alternative zu dieser aufwändigen thermischen Inspektion einer Kavität stellt die Quenchpunktlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST dar.

2.2 Eigenschaften suprafluiden Heliums

Die Kavitäten eines modernen Beschleunigers werden mit flüssigem Helium gekühlt. Unterhalb von 2,17 K, dem sogenannten λ -Punkt, geht Helium in den suprafluiden Zustand über. In diesem Aggregatszustand verhält sich Helium wie eine Flüssigkeit ohne innere Reibung. Darüber hinaus erhält Helium im suprafluiden Zustand eine nahezu perfekte Wärmeleitfähigkeit. Beschreiben lassen sich diese Eigenschaften quantenmechanisch im Rahmen der BOSE-EINSTEIN-Kondensation von ⁴He oder phänomenologisch mit dem Zwei-Fluid-Modell nach LANDAU. Die im Folgenden verwendete phänomenologische Beschreibung nach LANDAU ist zwar mikroskopisch nicht korrekt, aber dennoch sehr erfolgreich, da sie die beobachteten Phänomene weitestgehend zutreffend beschreibt.

2.2.1 Das Zwei-Fluid-Modell nach LANDAU

Das Zwei-Fluid-Modell nach LANDAU macht die Annahme, dass unterhalb des λ -Punkts zwei Phasen des Heliums in einem idealen Gemisch vorliegen. Dabei hat die normalfluide Phase (Helium I) die Dichte ρ_n und eine endliche Viskosität η_n . Sie bewegt sich mit der Geschwindigkeit \vec{v}_n und trägt die gesamte Entropie S des Systems. Die suprafluide Phase (Helium II) hingegen hat die Dichte ρ_s und sowohl verschwindende Viskosität $\eta_s = 0$ als auch verschwindende Entropie. Sie bewegt sich mit der Geschwindigkeit \vec{v}_s . Je nach Temperatur liegt ein unterschiedlicher Anteil des Heliums in der suprafluiden und in der normalfluiden Phase vor. Bei T = 0 K liegt nur Helium II und oberhalb von T_{λ} nur Helium I vor. Mit den vorangegangenen Definitionen kann der Gesamtmassenstrom geschrieben werden als $\vec{j} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n$. Weiter ist die Wärmeänderung pro Einheitsvolumen gegeben durch $\dot{q} = \rho ST v_n$. Der Term mit v_s verschwindet, da nur die normalfluide Phase Entropie trägt. Aus diesen Annahmen lassen sich bereits beide Formen des Wärmetransports, nämlich die normale Wärmediffusion (Erster Schall) und der Wärmetransport in Form von Entropiewellen (Zweiter Schall), in flüssigem Helium unterhalb des λ -Punktes verstehen [8].

2.2.2 Zweiter Schall

Der Zweite Schall ist hauptverantwortlich für die hohe Wärmeleitfähigkeit suprafluiden Heliums. Bei ihm findet im Vergleich zum Ersten Schall kein effektiver Massenstrom statt. Die Wärme wird lediglich durch eine Entropiewelle transportiert, die im Zwei-Flüssigkeits-Modell nach LANDAU durch die Oszillation des Dichteverhältnisses zwischen normalfluider und suprafluider Phase erzeugt wird. Nehmen wir an, dass die Entropie allein von der normalfluiden Phase getragen wird, so lautet die Kontinuitätsgleichung für die Entropie $\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + S \cdot \nabla \cdot (\rho \vec{v}_n) = 0$ mit $\rho = \rho_s + \rho_n$. Berücksichtigt man zusätzlich, dass die Wärmekapazität gegeben ist durch $c = T' \frac{\partial S}{\partial T}$ mit der aktuellen Temperatur T' und vernachlässigt Dichteschwankungen, so erhält man:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + T' \frac{S}{c} \cdot \nabla \cdot \vec{v}_n = 0.$$
(2.1)

Andererseits ist die Beschleunigung der suprafluiden Komponente gegeben durch den negativen Gradienten des Gibbschen thermodynamischen Potentials g pro Einheitsmasse: $\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} = -\nabla g$. Da für den Zweiten Schall Druckgradienten ∇p vernachlässigt werden, geht die Kontinuitätsgleichung mit $\nabla g = -S\nabla T + V\nabla p = -S\nabla T$ in $\frac{\partial v_s}{\partial t} - S\nabla T = 0$ über. Die Forderung eines verschwindenden effektiven Massenstroms führt auf die Bedingung $\vec{j} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n = 0$ und damit zu:

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + S \frac{\rho_s}{\rho_n} \cdot \nabla T = 0.$$
(2.2)

Kombiniert man Gleichung 1 und 2, so erhält man mit

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{T' S^2}{c} \frac{\rho_s}{\rho_n} \nabla^2 T \tag{2.3}$$

eine klassische Wellengleichung mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $v_{SeSo} = \left(\frac{T'S^2}{c}\frac{\rho_s}{\rho_n}\right)^{\frac{1}{2}}$ [9]. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Zweiten Schalls ist temperaturabhängig und nimmt bei ca. 1,68 K mit $v_{SeSo} \approx 20,5$ m/s ihr Maximum an [10].

2.2.3 Lösung der Wellengleichung

Die Herleitung der Diffentialgleichung für den Zweiten Schall hat gezeigt, dass diese in erster Näherung durch die klassische dreidimensionale Wellengleichung $\partial_t^2 T(\vec{x},t) = v_{SeSo}^2 \cdot \nabla^2 T(\vec{x},t)$ beschrieben wird. Prinzipiell kann diese Gleichung durch Fouriertransformation als Anfangswertproblem gelöst werden. Für den hier benötigten radialsymmetrischen Fall um eine Punktquelle bietet es sich jedoch eher an, die Wellengleichung in Kugelkoordinaten zu überführen, sodass man unter Ausnutzung der Radialsymmetrie er-

hält:

$$\partial_t^2 T(r,t) - v_{SeSo}^2 \cdot \left(\partial_r^2 + \frac{2}{r}\partial_r\right) T(r,t) = 0 \text{ mit } r = |\vec{x}|.$$

Diese Diffentialgleichung kann dann umgeschrieben werden zu:

$$\partial_t^2(r \cdot T(r,t)) - v_{SeSo}^2 \cdot \partial_r^2(r \cdot T(r,t)) = 0.$$

Damit erfüllt $(r \cdot T(r,t))$ die eindimensionale Wellengleichung, die allgemein durch die Superposition $a \cdot F(r - v_{SeSo}t) + b \cdot G(r - v_{SeSo}t)$ gelöst wird, wobei F und G zweifach stetig differenzierbare Funktionen und $a, b \in \mathbb{C}$ Konstanten sind [11]. Hieraus folgt für die radialsymmetrische Lösung der dreidimensionalen Wellengleichung:

$$T(r,t) = \frac{1}{r} \cdot \left[a \cdot F(r - v_{SeSo}t) + b \cdot G(r - v_{SeSo}t) \right].$$

Insbesondere wird die Wellengleichung des Zweiten Schalls durch eine auslaufende Kugelwelle der Form

$$T(\vec{x},t) = \frac{T_0(\vec{x})}{|\vec{x}|} \cdot e^{-i\omega t + i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

gelöst, die für große Entfernungen näherungsweise in eine ebene Welle der Form

$$T(\vec{x},t) = T_0(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t + i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

übergeht. Bei beiden muss dabei die Dispersionsrelation $v_{SeSo} = \frac{|\omega|}{|\vec{k}|}$ erfüllt sein.

Reflexionskoeffizient

Trifft eine Welle auf den Übergang zwischen zwei unterschiedlichen Medien, so wird in der Regel¹ ein Teil der Welle reflektiert und ein Teil der Welle transmittiert. Der Anteil der Intensität der reflektierten Welle an der einlaufenden Welle wird Reflexionskoeffizient R genannt, der Anteil der transmittierten Welle entsprechend Transmissionskoeffizient T. Aus Gründen der Energieerhaltung gilt allgemein R + T = 1.

Im Rahmen der Wellenlehre lässt sich leicht zeigen, dass die Intensität I einer Welle, also die Energie an einem bestimmten Punkt in Raum und Zeit, proportional zum Betragsquadrat ihrer Amplitude A ist. Damit kann der Reflexionskoeffizient definiert werden

¹Außer unter speziellen Bedingungen wie z.B. Totelreflexion.

als:

$$R = \frac{I_{reflektiert}}{I_{einlaufend}} = \frac{A_{reflektiert}^2}{A_{einlaufend}^2} \,.$$

2.2.4 Temperaturabhängikeit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls

Die Herleitung der Wellengleichung für den Zweiten Schall hat gezeigt, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{SeSo} sowohl direkt als auch über das Dichteverhältnis der normalund suprafluiden Phase indirekt von der Temperatur des Heliums abhängig ist. Der in Abbildung 2.3 dargestellte Verlauf der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls in Abhängigkeit von der Temperatur wurde von WANG *et al.* [12] durch Resonanzexperimente ermittelt. Die Umrechnung der Temperatur in die Geschwindigkeit des Zweiten Schalls erfolgt im Auswertungsteil dieser Arbeit durch eine polynomielle Interpolation (Fitparameter siehe 7.3) zwischen den in Tabelle 7.5 angegebenen Messwerten von WANG *et al.*



Abb. 2.3: Geschwindigkeit des Zweiten Schalls in Abhängigkeit von der Temperatur nach den Messungen von WANG *et al.*

2.3 Quenchpunktlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST

Das Verfahren zur Quenchlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST wurde erstmals 2008 von der Arbeitsgruppe um HARTILL (Cornell-University) vorgeschlagen [7].

2.3.1 Beschreibung des Messverfahrens

Bei den herkömmlichen Tests zur Qualitätssicherung werden die Kavitäten mit suprafluidem Helium auf eine Temperatur von 2K heruntergekühlt. Unter diesen Randbedingungen führt die Umwandlung der in einer Kavität gespeicherten elektromagnetischen Energie in thermische Energie an einem Quenchpunkt nicht nur zur Erwärmung der Oberfläche, sondern auch zur Generierung einer Entropiewelle. HARTILL et al. greifen dieses Phänomen für ihr Verfahren auf, indem sie die Entropiewelle mit einem Oscillating Superleak Transducer (OST) registrieren. Benutzt man nicht nur einen, sondern gleich mehrere OST, die sinnvoll um die Kavität angeordnet sind, so kann mit einem GPS-ähnlichen Triangulationsverfahren der Ursprung der Entropiewelle, also der Quenchpunkt, rekonstruiert werden [7]. Dazu wird für jeden OST aus der gemessenen Laufzeit der Welle und der bekannten Geschwindigkeit des Zweiten Schalls (ca. 20 m/s) der Abstand des potentiellen Quenchpunktes vom OST berechnet. Dies grenzt das Quenchereignis im dreidimensionalen Raum auf die Oberfläche einer Kugel mit dem berechneten Abstand als Radius um den OST ein. Wird an mindestens drei OST ein Signal aufgezeichnet, so kann aus dem Schnittpunkt der drei zugehörigen Kugeloberflächen der Urspung der Entropiewelle berechnet werden. Weitere Untersuchungen haben bereits ergeben, dass der Zweite Schall deutlicher aufzuzeichnen ist, wenn man bei einer Temperatur von 1,8 K arbeitet, da dann der suprafluide Anteil des Heliums größer ist (etwa 50%) und damit die Amplitude des Zweiten Schalls. Mit elementaren geometrischen Überlegungen lässt sich leicht zeigen, dass mit acht OST (jeweils vier auf einer Ebene) die Äquatorbereiche aller Zellen einer 9-Zellen-Kavität mit ausreichender Genauigkeit abgedeckt werden können.

2.3.2 Oscillating Superleak Transducer (OST)

Aufbau und Funktionsweise

Zum Nachweis des Zweiten Schalls wird ein Oszillating Superleak Transducer (OST) verwendet. Der Aufbau eines OST inklusive der elektronischen Auslese entspricht weitestgehend dem eines Kondensatormikrofons. Vor eine Elektrode ist eine kreisrunde, mit Gold² beschichtete Membran gespannt. Die Membran selbst besteht aus einem dünnen, porösen Filterpapier³. Der suprafluide Anteil des Heliums kann diese Poren ungehindert passieren, wohingegen der normalfluide Anteil durch die Filtermembran zurückgehalten wird. Trifft eine Entropiewelle des Zweiten Schalls auf die Membran, so kommt es vor derselben zu einem Konzentrationsungleichgewicht zwischen der normal- und der suprafluiden Phase.

 $^{^2 {\}rm Schichtdicke} \sim 50\,{\rm nm}$

 $^{^3 \}mathrm{Cellulose}$ Nitrate Membrane (VWR Scientific, USA) mit Dicke $\sim 0,1\,\mathrm{mm}$ und Porengröße $0,2\,\mu\mathrm{m}$



Abb. 2.4: Links: Aufbau zur Quenchlokalisierung an einer Neun-Zellen-Kavität mit acht OST, wie er in Cornell verwendet wird; Rechts: Komponenten eines OST.

Dieses Ungleichgewicht wird durch einen Strom des suprafluiden Heliums durch die Membran ausgeglichen. Bei einem Überschuss an normalfluidem Helium vor der Membran, wie es bei einer auftreffenden Welle des Zweiten Schalls der Fall ist, führt dies zu einem Herausströmen suprafluiden Heliums aus dem OST und damit zu einer Reduzierung des Volumens im OST. Damit erhöht sich die OST-Kapazität, was bei konstanter Ladung nach der Kondensatorgleichung $Q = C \cdot U$ eine negative Spannungsänderung über dem OST hervorruft.

Elektronische Auslese

Der Schaltplan zur elektronischen Auslese des OST ist in Abbildung 2.5 dargestellt.



Abb. 2.5: Schaltplan zur elektronischen Auslese des OST.

Die Auslese des OST folgt dem Prinzip der Auslese eines Kondensatormikrofons. Über

den Vorwiderstand R wird die OST-Kapazität C_{OST} vorgeladen. Die Spannungsänderungen am OST werden über den Kondensator C kapazitiv ausgekoppelt und auf das Oszilloskop gegeben. Für ein verzerrungsfreies Signal ist es wichtig, dass sich die Ladung auf der OST-Kapazität nicht ändert. Die Konstanz der Ladung ist nur für Signale ab einer bestimmten Frequenz gegeben. Die Kapazität des OST und der Widerstand bilden zusammen einen RC-Kreis. Bei geladenem Kondensator ist die typische Abklingzeit gegeben durch das reziproke Produkt aus Widerstand und Kapazität. Damit sollte für die Frequenz des Signals gelten: $f \geq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{RC}$ [13]. Um auch kleine Frequenzen aufzulösen, ist es daher notwendig, einen großen Vorwiderstand R zu wählen. Unter der Voraussetzung, dass die Ladung auf dem OST nahezu konstant ist, ist die Spannungsänderung über demselben gegeben durch: $\Delta U = U_V \cdot \frac{\Delta C}{C_{OST}}$, wobei U_V die Vorspannung des OST und C_{OST} die OST-Kapazität ist. Die Kapazitätsänderung ΔC kann nach dem Gesetz für die Kapazität eines idealen Plattenkondensators berechnet werden durch

$$\Delta C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d - \Delta d} - C \approx \epsilon_0 \cdot A \cdot \frac{\Delta d}{d^2}.$$

Dabei wurde die Näherung benutzt, dass die Änderung des Abstands Δd klein gegen den Abstand der Kondensatorplatten d ist.

Neben dem Frequenzbereich für detektierbare Signale am OST beeinflusst der Vorwiderstand R auch die Größe des ausgekoppelten Signals. Zusammen mit der Impedanz der OST-Kapazität bildet der Vorwiderstand R einen Spannungsteiler zwischen den Batterie und Erde. Ein größerer Widerstand bewirkt bei einer Kapazitätsänderung am OST, verbunden mit einem kleinen Ausgleichsstrom, einen größeren Spannungsabfall über dem OST und damit eine größere auskoppelbare Spannung.

Eigenmoden einer Kreismembran

Eine ideale Kreismembran ist eine kreisrunde, gleichmäßig dünne Membran mit Radius *a*, die entlang ihres Umfangs fest eingespannt ist. Die Schwingungen einer solchen Kreismembran werden mathematisch durch die Lösungen der zweidimensionaler Wellengleichung mit DIRICHLET-Randbedingungen beschrieben [11]. Da die Wellengleichung das Superpositionsprinzip erfüllt, ist es möglich, jede dieser komplizierten Schwingungen in einfache Eigenmoden zu zerlegen, vergleichbar mit der Fourierzerlegung einer Funktion. Theroetisch gibt es unendlich viele Möglichkeiten für die Schwingungen einer Kreismembran, je nach Eigenschaften wie Dicke, Masse und Spannung sowie Auslenkung zum Startzeitpunkt. Da es sich um ein radialsymmetrisches Problem handelt, ist es sinnvoll, die

Wellengleichung nicht in kartesischen, sondern in Polarkoordinaten zu schreiben:

$$\partial_t^2 u(r,\theta,t) = c^2 \cdot \left(\partial_r^2 + \frac{1}{r}\partial_r + \frac{1}{r^2}\partial_\theta^2\right) u(r,\theta,t),$$

wobei $u(r,\theta,t)$ für $0 \le r < a$ und t > 0 die Auslenkung der Membran beschreibt unter der Randbedingung $u(r,\theta,t) = 0$ für r = a und $t \ge 0$.

Gelöst werden kann diese Diffentialgleichung mit den gegebenen Randbedingungen durch den Separationsansatz $u(r,\theta,t) = R(r)\Theta(\theta)T(t)$, der den Radialanteil, den Winkelanteil und die zeitliche Entwicklung der Lösung separiert. Eine genaue Ausführung der Lösung würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Für die detaillierte Rechnung sei auf [11] verwiesen, aus der folgende Lösungen für die Eigenmoden $(m,n) \in [\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}]$ hervorgehenen:

$$u_{mn}(r,\theta,t) = (A\cos c\lambda_{mn}t + B\sin c\lambda_{mn}t) J_m(\lambda_{mn}r) (C\cos m\theta + D\sin m\theta).$$

Die Konstanten A, B, C und D werden aus den Randbedingungen berechnet. $\lambda_{mn} = \frac{\alpha_{mn}}{a}$ gibt bis auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle die Kreisfrequenz der Schwingung an, wobei α_{mn} die *n*-te positive 0-Stelle von J_m ist. Mögliche Eigenfrequenzen für die Grundschwingungen der Kreismembran sind also gegeben durch:

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \cdot c\lambda_{mn} \,.$$

In Abbildung 2.6 sind die zu den niedrigsten Frequenzen gehörenden Eigenmoden einer Kreismembran graphisch dargestellt. Die gestrichelten Linien zeigen die Knotenlinien der Schwingungen. Benachbarte Flächen bewegen sich gegenläufig.

2.4 Mathematische Grundlagen zur Verarbeitung digitaler Signale

Für die vollständige Rekonstruktion eines digitalen Signals sind bereits bei der Aufzeichnung mathematische Grundlagen zu beachten. Weiterhin sind mathematische Definitionen und Methoden notwendig, um die Qualität eines Signals objektiv zu beurteilen und ein Maximum an Informationen aus ihm zu entnehmen. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Signale des OST sind dies im Bereich der Aufzeichnung das NYQUIST-SHANNON-Theorem, für die Qualitätsbeurteilung das Signal-zu-Rausch-Verhältnis und im Bereich der Informationsextraktion die Frequenzanalyse.



Abb. 2.6: Graphische Darstellung der Eigenmoden zu den niedrigsten Frequenzen einer Kreismembran. Die Bezeichnung der Moden folgt dem Prinzip "Mode mn", die eingetragenen Frequenzen sind die Vielfachen der Grundfrequenz f_1 .

2.4.1 NYQUIST-SHANNON-Abtast theorem

Bei der Digitalisierung der Daten muss das NYQUIST-SHANNON-Abtasttheorem [14] beachtet werden. Für ein kontinuierliches und bandbeschränktes Signal mit der Minimalfrequenz 0 Hz und der Maximalfrequenz f_{max} muss die Abtastfrequenz größer als $2 \cdot f_{max}$ gewählt werden, um das Ursprungssignal mit endlichem Aufwand beliebig genau, bzw. mit unendlichem Aufwand exakt rekonstruieren zu können. Für ein Signal, das anstelle der Minimalfrequenz $f_{min} = 0$ Hz eine beliebige besitzt, muss die Gleichung

$$\frac{1}{2} \cdot f_{Abtast} > (f_{max} - f_{min})$$

erfüllt sei. Die halbe Abtastfrequenz wird auch Nyquistfrequenz $f_{Nyquist} = \frac{1}{2} \cdot f_{Abtast}$ genannt. Bandbeschränktheit des Signals heißt, dass die Fouriertransformierte $\hat{x}(\omega)$ (siehe 2.4.3) des Ursprungssignals x(t) außerhalb des Intervalls $[-2\pi \cdot f_{max}, 2\pi \cdot f_{max}]$ identisch null ist. Das Ursprungssignal lässt sich somit als Linearkombination aus den Fourierbasisfunktionen $\phi_w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-i\omega t}$ darstellen:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-2\pi \cdot f_{max}}^{2\pi \cdot f_{max}} \hat{x}(w) \cdot e^{i\omega t} \,\mathrm{d}\omega \quad \text{mit} \quad \hat{x}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} \,\mathrm{d}t.$$

Wird das Abtast heorem nicht beachtet, so kommt es zu Fehlern bei der Rekonstruktion des Ursprungssignals nach der Digitalisierung. Die auftretenden nichtlinearen Verzerrungen werden Alias-Effekte genannt. Im Ursprungssignal enthaltene Frequenzen $f > f_{Nyquist}$ werden bei der Digitalisierung als niedrigere Frequenzen interpretiert (vgl. Abbildung 2.7).



Abb. 2.7: Veranschaulichung des Alias-Effekts bei zu niedriger Abtastrate.

Ist mit einem Überschreiten der Nyquistfrequenz zu rechnen, so ist eine Unterdrückung der zu hohen Frequenzen durch einen Tiefpassfilter bereits vor der Digitalisierung notwendig, da nachträgliche Korrekturen unmöglich sind und die Alias-Effekte falsche Informationen über das System liefern.

2.4.2 Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR)

Jedes analoge Signal setzt sich zusammen aus dem eigentlichen Nutzsignal und einem überlagerten Rauschanteil. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) beschreibt den Abstand zwischen dem Nutzsignal und dem Rauschen und ist damit ein Maß für die Qualität des Nutzsignals. Es ist definiert durch den Quotienten aus der mittleren Leistung des Nutzsignals P_{Signal} und der mittleren Leistung des Rausches $P_{Rauschen}$. Bei einem periodischen und symmetrischen Spannungssignal ist die mittlere Leistung proportional zum Quadrat der Effektivspannung U_{eff} . Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis lässt sich damit berechnen durch:

$$SNR = \frac{P_{Signal}}{P_{Rauschen}} = \frac{U_{eff,Signal}^2}{U_{eff,Rauschen}^2}.$$

Da sich die Amplituden von Nutzsignal und Rauschen in der Regel um mehre Größenordnungen unterscheiden, ist es zweckmäßig das Verhältnis im dekadischen Logarithmus darzustellen. Mit der Hilfseinheit dB gilt dann:

$$SNR = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{Signal}}{P_{Rauschen}}\right) dB = 10 \cdot \lg\left(\frac{U_{eff,Signal}^2}{U_{eff,Rauschen}^2}\right) dB.$$
(2.4)

2.4.3 Frequenzanalyse

Die Frequenzanalyse stellt einen wichtigen Bestandteil in der modernen Analyse dynamischer Eigenschaften schwingungsfähiger Systeme dar. Aus der Impulsantwort eines Systems, der Antwort auf einen idealen Puls, lässt sich das Verhalten desselben bei diversen anderen Anregungen studieren. Basis der Frequenzanalyse bildet die Fouriertransformation [14].

Kontinuierliche Fouriertransformation

Die kontinuierliche Fouriertransformation überführt ein kontinuierliches und im allgemeinen aperiodisches Zeitsignal in ein kontinuierliches Frequenzspektrum. Für eine Funktion $x(t) \in L^1(\mathbb{R}^n)$ ist die kontinuierliche Fouriertransformation bzw. Rücktransformation definiert durch:

$$\mathcal{F}(x)(\omega) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \cdot \int_{\mathbb{R}^n} x(t) \cdot e^{-i\omega t} \,\mathrm{d}t \quad \text{bzw.}$$
(2.5)

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(x))(t) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \cdot \int_{\mathbb{R}^n} \mathcal{F}(x)(\omega) \cdot e^{i\omega t} \,\mathrm{d}\omega.$$
(2.6)

In der Signal- und Bildverarbeitung wird anstelle der Kreisfrequenz ω häufig die Frequenz f benutzt, was jedoch nur Einfluss auf die Vorfaktoren hat. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit weiterhin die Version mit der Kreisfrequenz benutzt.

Setzt man Definition 2.5 in 2.6 ein, so zeigt eine elementare Rechnung, dass die Rücktransformation eines zuvor transformierten Signals wieder das Originalsignal ergibt.

Dies erlaubt die Entwicklung eines eindimensionalen Zeitsignals $x(t) \in L^1(\mathbb{R}^n)$ in der kontinuierlichen Basis $\phi_{\omega}(t) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}$. Durch den Basiswechsel in den Frequenzbereich wird x(t) zu:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\omega) \cdot \phi_{\omega}(t) \,\mathrm{d}\omega.$$

Die $c(\omega) = \mathcal{F}(x)(\omega)$ werden Fourierkoeffizienten genannt. Sie geben die Projektion des Orginalsignals auf die entsprechenden Frequenzanteile an.

Wichtige Eigenschaften der Fouriertransformation sind

die Linearität:

$$\mathcal{F}(a \cdot h(t) + b \cdot g(t)) = a \cdot \hat{h}(\omega) + b \cdot \hat{g}(\omega) \quad ext{für} \quad a, b \in \mathbb{R},$$

das Verhalten bei Verschiebung:

$$\mathcal{F}(h(t-t_0)) = e^{-i\cdot\omega\cdot t_0} \cdot \hat{h}(\omega) \quad \text{bzw.} \quad \mathcal{F}(e^{-i\cdot\omega_0\cdot t} \cdot h(t)) = \hat{h}(\omega+\omega_0)$$

und das Verhalten bei Skalierung:

$$\mathcal{F}(h(a \cdot t)) = \frac{1}{|a|} \cdot \hat{h}(\frac{\omega}{a}).$$

Darüberhinaus gilt das **Faltungstheorem**. Das Produkt zweier Funktionen $h(t) \cdot g(t)$ geht unter Fouriertransformation in eine Faltung über:

$$\mathcal{F}(h(t) \cdot g(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \hat{h}(\omega) * \hat{g}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi) \cdot g(t-\xi) \,\mathrm{d}\xi$$

Für die Rückrichtung gilt analog: Die Faltung zweier Funktionen geht unter Fouriertransformation über in das Produkt dieser beiden Funktionen.

Spezielle Funktionen unter der Fouriertransformation

Speziell für die späteren Analysen ist die Invarianz der Gaußfunktion unter der Fouriertransformation wichtig. Für die normierte Gaußglocke $g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$ gilt:

$$\mathcal{F}(g(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\omega^2 \sigma^2}{2}}.$$

Die Fouriertransformierte einer Gaußglocke mit kleiner Standardabweichung σ ergibt also eine Gaußglocke mit großer Standardabweichung $\frac{1}{\sigma}$ und umgekeht.

Außerdem wird später die Fouriertransformierte einer Exponentialkurve $h(t) = e^{-\lambda \cdot |t|}$ mit $\lambda > 0$ benötigt, die eine Lorentzkurve [15], auch CAUCHY-Verteilung genannt, ist. Es gilt:

$$\mathcal{F}(h(t)) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\lambda}{\omega^2 + \lambda^2}$$

Eine stark abfallende Exponentialfunktion (große Zerfallskonstante λ) führt im Frequenzbereich damit zu einer breiten Lorentzkurve, eine schwach abfallende Exponentialfunktion (kleine Zerfallskonstante λ) zu einer schmalen Lorentzkurve (vgl. Abbildung 2.8).



Abb. 2.8: Fouriertransformation eines exponentiell abfallenden periodischen Signals mit
Grundfrequnez 1 Hz mit kleiner und großer Zerfallskonstante λ .

Durch Anwendung des Faltungssatzes erkennt man sofort, dass ein periodisches Signal mit der Frequenz f_0 mit einer abfallenden Exponentialfunktion als Einhüllende zu einer um die Grundfrequenz f_0 zentrierten Lorentzkurve im Frequenzbereich führt (vgl. Abbildung 2.8). Die Faltung der Lorentzkurve aus dem exponentiellen Abfall mit dem δ -Peak der Grundfrequenz führt wieder auf die Lorentzkurve.

Diskrete Fouriertransformation

Im Rahmen der digitalen Signalverarbeitung kann ein analoges, kontinuierliches Signal immer nur an diskreten Stellen abgetastet werden. Auch das Analysefenster ist endlich und damit die Anzahl der Punkte, die die Zeitreihe beschreiben. Die obige Definition der Fouriertransformation funktioniert jedoch nur im kontinuierlichen Fall mit unendlich breitem Fenster. Für den diskreten Fall wird sie deshalb in die diskrete Fouriertransformation (DFT) überführt. Dazu werden die Integrale in endliche Summen umgeschrieben und man definiert für ein gleichmäßig abgetastetes Signal $\{x_n\}_{n=0}^{N-1}$ mit $x_n = x(n \cdot \Delta t)$ die DFT durch:

$$x_k := \mathcal{F}(x_n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-i \cdot \frac{2\pi k}{N} \cdot n}$$

Die inverse DFT wird analog zum kontinuierlichen Fall mit positivem Exponenten definiert.

Auf modernen Digitalrechnern wird die DFT in der Regel in Form der Fast Fourier Transformation (FFT) implementiert, die auf dem Algorithmus von J. COOLEY und J.W. TUKEY beruht. Während für die einfache DFT quadratische Laufzeit benötigt wird, kommt die FFT mit logaritmischer Laufzeit aus. Dafür muss die Eingangsvektorlänge bei der FFT jedoch einer Zweierpotenz entsprechen.

Es lässt sich leicht zeigen, dass alle unter der kontinuierlichen Fouriertransformation beschriebenen Rechenregeln auch für die DFT gelten. Der Hauptunterschied zwischen der diskreten und der kontinuierlichen Fouriertransformation besteht in der Interpretation des Eingangssignals. Im Gegensatz zur kontinuierlichen Fouriertransformation wird bei der DFT automatisch das Signal außerhalb des durch das Analysefenster abgedeckten Bereichs periodisch fortgesetzt. Sind die Perioden des Signals nicht vorn vornherein bekannt, sodass der Signalausschnitt entsprechend gewählt werden kann, besteht die Gefahr des Leakage: Leakage ist eine Verbreiterung des Frequenzspektrums, die zu fehlerhaften Informationen führt.

Zur Vermeidung von Leakage muss deshalb gerade bei Signalen mit vielen spektralen Komponenten mindestens eine der folgenden drei Methoden angewandt werden [14]:

- Zeropadding, d.h. an das Signal werden Nullen angehangen, und zwar deutlich mehr als das Signal selbst lang ist.
- Erhöhung der maximal auflösbaren Frequenz durch sehr feines Sampling, so dass nur der erste Teil des Frequenzspektrums benötigt wird.
- Wichtung des Signals mit einer Fensterfunktion, die im Randbereich auf Null abfällt (z.B. Gaußfenster).

Fensterfunktionen

Besonders effektiv ist der Einsatz von Fensterfunktionen, da sie gleichzeitig die Möglichkeit zur zeitlichen Auflösung des Frequenzgangs bieten. Nach dem Faltungstheorem geht die Wichtung mit der Fensterfunktion in eine Faltung mit der Fouriertransformierten der Fensterfunktion (Impulsantwort) über. Die Qualität des Freuquenzspektrums hängt also maßgeblich von dieser Impulsantwort ab. Da die Fensterfunktion im Anwendungsfall eine endliche Breite hat, treten grundsätzlich sogenannte Sidelobes auf, die das Frequenzspektrum verbreitern. Es ist deshalb wichtig, dass ein Großteil der Intensität der Impulsantwort im zentralen Peak liegt und die Sidelobes stark unterdrückt sind. Günstig hierfür ist ein weicher Ein- und Ausstieg der Fensterfunktion, wie es z.B. beim Gaußfenster gegeben ist.

Abbildung 2.9 zeigt die deutliche Überlegenheit des endlichen Gaußfensters gegenüber dem Rechteckfenster. Bei gleichzeitig starker Unterdrückung der Sidelobes umfasst der Hauptpeak in der Impulsantwort des Gaußfensters einen Großteil der Gesamtintensität.



Abb. 2.9: Impulsantwort eines Rechteckfensters (oben) und eines Gaußfensters (unten).

Diskrete Fouriertransformation für reelles Eingangssignal

Das vom OST aufgenommene Signal ist rein reell und besitzt ein kontinuierliches Sampling mit der Intervallbreite Δt . Die Verarbeitung eines solchen Signals mit der DFT führt zu einem Ergebnisvektor in dessen zweiter Hälfte gerade das komplex konjugierte der ersten Hälfte steht ($F_{N-k} = \bar{F}_k$ mit $k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$). Die erste Hälfe des Vektors gibt dabei die Fourierkoeffizienten für positive, die zweite die für negative Frequenzen an. Die Amplitude A_f für eine bestimmte Frequenz $f = \frac{k}{N\Delta t}$ mit $k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ ist damit gegeben durch $A_f = 2 \cdot |F_k|$.

3 Experimentelle Vorgehensweise

3.1 Beschreibung des Versuchsaufbaus

Für den experimentellen Teil der vorliegenden Arbeit wurde mir der im Rahmen der Bachelorarbeit von B. SCHRÖDER [2] aufgebaute Kryoteststand zur Verfügung gestellt. Genaue Details zu den Komponenten und deren Abmessungen sind der Arbeit von SCHRÖ-DER bzw. Tabelle 7.1 im Anhang zu entnehmen. Hier sollen deshalb nur knapp die wichtigsten Komponenten vorgestellt und die für meine Untersuchungen erforderlichen Änderungen beschrieben werden.

3.1.1 Komponenten des Kryoteststands

Der Teststand besteht im wesentlichen aus einem Heliumverdampferkryostaten, in dem durch einen Widerstand ein Wärmepuls induziert wird. Mit einem Oscillating Superleak Transducer (OST) wird das Signal des vom Wärmepuls ausgehenden Zweiten Schalls registriert. Das Spannungssignal am OST wird über eine entsprechende Ausleseelektronik auf den Eingang eines Oszilloskops gegeben (vgl. Abbildung 2.5).

In dem Verdampferkryostaten wird das Helium auf die notwendige Temperatur von 1,5 bis 1,8 K heruntergekühlt, sodass es in den suprafluiden Zustand übergeht und das Phänomen des Zweiten Schalls in Erscheinung tritt. Dazu wird die Dampfphase des Heliums in dem luftdicht verschlossenen Kryostaten mit einer Drehschieberpumpe kontinuierlich bis zu einem Minimaldruck von 3 bis 4 mbar reduziert. Der Druck der Dampfphase kann auf einem hochpräzisen logarithmischen Manometer abgelesen werden. Um ein zu starkes Verdampfen des Heliums im Kryostaten zu verhindern, ist dieser dreistufig gegen die Umgebung abgeschirmt. Eine Verspiegelung verhindert das Eindringen von Licht. Ein das Helium umschließendes Isolationsvakuum und eine Schicht aus flüssigem Stickstoff (77,4 K bzw. -195,75 °C [4]) dienen als Kälteschild und minimieren den Wärmeaustausch mit der Umgebung.

Der Wärmepunkt bzw. -puls wird in der suprafluiden Heliumsäule durch einen SMD-Widerstand simuliert, der von einer runden PVC-Platte am Boden des Kryostaten gehalten wird. Über einen Funktionsgenerator können dazu Spannungspulse variabler Form,

3 Experimentelle Vorgehensweise

Intensität und Länge auf den Widerstand gegeben werden. Die Stromversorgung des Widerstands erfolgt durch zwei Niobdrähte, die zusammen mit einem dritten die Aufhängung der den Widerstand tragenden PVC-Platte bilden. Die Niobdrähte wurden bereits im Rahmen der Bachelorarbeit von SCHRÖDER gewählt, da diese unterhalb der Sprungtemperatur von 9,5 K [4] supraleitend werden. Dies schließt aus, dass die stromführenden Drähte selbst Ursprung einer Entropiewelle des Zweiten Schalls werden. Die durch den Wärmepuls am Widerstand ausgelöste Entropiewelle wird am OST registriert. Dieser ist dazu an einer Haltestange derart befestigt, dass Abstand und horizontale Positionierung des OST über dem Widerstand während der Versuchsdurchführung variiert werden können.



Abb. 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus in Göttingen (Abbildung entnommen aus [2]).
3.1.2 Änderungen am zur Verfügung gestellten Teststand

Mit dem vorrangigen Ziel, die Signalqualität zu verbessern, wurden verschiedene Änderungen an dem von SCHRÖDER beschriebenen Versuchsaufbau durchgeführt. Einige davon habe ich selbst veranlasst, andere waren schon ausgeführt, als mir der Teststand zur Verfügung gestellt wurde. Da alle Änderungen für die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit relevant sind und bisher nicht dokumentiert wurden, führe ich sie im Folgenden vollständig auf.

1. Änderungen zur Verbesserung des SNR: Zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses sind zwei Änderungen durchgeführt worden:

Wie schon in der Bachelorarbeit von SCHRÖDER vorgeschlagen und bei zwischenzeitlichen Messungen berücksichtigt, wird die Pumpe während der eigentlichen Messungen ausgeschaltet. Diese Änderung ist zielführend, weil das OST nicht nur auf den Zweiten Schall, sondern auch auf den Ersten Schall reagiert. Bei eingeschalteter Pumpe hatte man das im Vergleich zum Zweiten Schall wesentlich größere Signal der durch die Pumpe angeregten Schwingungen von 50 Hz inclusive aller Oberschwingungen mitgemessen. Infolge der ausgeschalteten Pumpe kann die Temperatur des Heliums jedoch nicht konstant gehalten werden. Als Messbereich wird daher das Temperaturintervall [1,5; 1,8] K (entspricht dem Dampfdruckintervall [3; 16] mbar) verwendet, in dem die Geschwindigkeit des Zweiten Schalls nahezu konstant bei ca. 20 m/s liegt (vgl. Kapitel 2.2.4).

Während die Versorgungsspannung für das OST früher durch die Netzspannung geliefert wurde, wird sie jetzt durch eine 120 V-Batterie bereitgestellt. So kann ausgeschlossen werden, dass die aus der Netzspannung möglichen induzierten Spannungsänderungen auf die Auslese des OST übertragen werden.

2. Änderungen an der Ausleseelektronik zur Vergrößerung der Signalamplitude: Diese Modifikation besteht in einer Vergrößerung des Vorwiderstands und einer Verkleinerung der Auskoppelkapazität. Die genaue Dimensionierung der elektronischen Bauteile vor und nach den Modifikationen ist zur Übersicht in Tabelle 3.1 dargestellt¹.

Wie in Kapitel 2.3.2 beschrieben führt der größerere Vorwiderstand zu einer stärkeren Spannungsänderung am OST und damit zu einer größeren Signalamplitude. Die kleinere Kapazität ermöglicht eine weniger verzerrte und nahezu lineare Signalauskopplung bereits bei kleinen Spannungsänderungen.

¹Nachmessungen am vorgefundenen Aufbau haben ergeben, dass nicht der in der Bachelorarbeit von SCHRÖDER angegebene Widerstand von 1 M Ω sondern der hier angegebene eingebaut war.

Bauteil	Vor Modifikation	Nach Modifikation
Vorwiderstand	$(100 \pm 5) \mathrm{k\Omega}$	$(10 \pm 0.5) M\Omega$
Auskoppelkapazität	$(100 \pm 5) \text{ pF}$	(22 ± 2) pF

Tab. 3.1: Dimensionierung der elektronischen Bauteile vor und nach der Modifikation.

3. Änderungen zur Reduzierung der Störungsempfindlichkeit des Gesamtaufbaus: Die Aufhängung des Widerstands wurde an der Unterseite mit zusätzlichen Gewichten beschwert. Dadurch reduziert sich die Schwingungsempfindlichkeit des gesamten Systems gegen äußere Anregungen, wie leichte Erschütterungen im Gebäude. Die Gewichte wurden gezielt auf der Unterseite angebracht, um Störungen der Zweiten-Schall-Welle zu vermeiden.



- Abb. 3.2: Schematische Darstellung der OST-Einstellungen bei vertikaler Orientierung (rechts) und horizontaler Orientierung (links) der OST-Membran: Die Drehung erfolg jeweils um die rot eingezeichnete Drehachse, sodass sich der Mittelpunkt der OST-Membran auf dem rot gestrichtelten Kreis bewegt.
 - 4. Änderungen zur Untersuchung von Reflexionen: Im Rahmen der Bachelorarbeit von SCHRÖDER und bei nachfolden Versuchen wurden allein geometrische Anordnungen untersucht, bei denen die Membran des OST horizontal ausgerichtet

war und zwar in Richtung des Widerstands. Zur Untersuchung von Reflexionen an der Kryostatwand ist es notwendig, die Membran des OST vertikal auszurichten. Für einen Teil der Experimente wurde deshalb ein zusätzlicher Winkelaufsatz an der Haltestange angebracht (siehe Abbildung 3.2). Der Umbau von der horizontalen zur vertikalen Ausrichtung des OST war durch einen inzwischen eingebauten Lemostecker am OST leicht möglich.

Im Vergleich zu den Versuchsaufbauten am CERN und DESY kann aufgrund der verbesserten Signalamplitude auf eine zusätzliche Verstärkerschaltung verzichtet werden, die unter Umständen zu einer nichtlinearen Verzerrung des Signals vor dessen Digitalisierung am Oszilloskop führen könnte.

3.1.3 Digitalisierung des Originalsignals am Oszilloskop

Das vom OST registrierte Signal wird mit einem Hochleistungs-Oszilloskop (Tektronix DPO 4104) aufgezeichnet. Zur Digitalisierung der Daten wird dabei eine besondere Einstellung, der sogenannte Hi-Res-Modus, verwendet. In diesem Modus nimmt das Oszilloskop in jedem Quantisierunsintervall mehrere Messwerte auf. Als Wert für das Intervall speichert es jeweils den Mittelwert dieser Werte ab [16].



Abb. 3.3: Veranschaulichung des HiRes-Modus zur Signaldigitalisierung am Oszilloskop.

Im Vergleich zu einer herkömmlichen Abtastung des Signals zu einem einzigen Zeitpunkt im Quantisierungsintervall wird durch diese Art der Quantisierung eine höhere Auflösung bei einer geringeren Bandbreite erzielt. Außerdem wird durch die Mittelung automatisch eine gewisse Glättung des Signals vorgenommen, die für ein rauschärmeres Signal sorgt. Bei dem ganzen Verfahren stellt die verglichen mit den Signalfrequenzen im niedrigen kHz-Bereich wesentlich höhere Samplingrate des Oszilloskops von max. 5 GS/s sicher, dass es nicht zu den in Kapitel 2.4.1 erläuterten Alias-Effekten kommt. Aufgezeichnet wird jeweils ein Zeitausschnitt von einer Sekunde, wobei der zeitliche Trigger am Oszilloskop so eingestellt ist, dass eine zehntel Sekunde vor und neun zehntel Sekunden nach dem freigesetzten Wärmepuls aufgezeichnet werden.

3.1.4 Abstandsmessung zwischen OST und Widerstand

Für die verschiedenen Experimente wird jeweils der vertikale Abstand zwischen OST und Widerstand neu eingestellt. Bei der Abstandbestimmung zwischen OST und Widerstand muss die thermische Längenänderung der Haltestange des OST und der Niobdrähte berücksichtigt werden.

Zur Eichung der Abstandsmessung wird zu Versuchsbeginn das OST an der Haltestange vollständig bis auf den Widerstand abgesenkt. Nach wenigen Minuten hat sich die Temperatur der Haltestange derjenigen des Heliums angepasst, so dass keine weitere Längenänderung aufgrund thermischer Ausdehnung mehr zu erwarten ist. Jetzt kann eine Nullmarkierung auf der Haltestange angebracht werden, von der aus während der folgenden Versuche der Abstand mit einem Millimetermaß gemessen wird. Beim Herausziehen der Haltestange zur Vergrößerung des Abstands zwischen OST und Widerstand tritt eine thermische Ausdehnung auf, die zu einem nicht zu vernachlässigenden Fehler in der Abstandsbestimmung führt.

Dieser Fehler kann aus der linearen thermischen Ausdehnung eines Festkörpers berechnet werden. Dazu definieren wir den temperaturabhängigen Ausdehnungskoeffizienten [4] über die Differentialgleichung:

$$\alpha(T) = \frac{1}{L_0} \cdot \frac{\mathrm{d}L(T)}{\mathrm{d}T}.$$

 L_0 ist hierbei die Länge des Stabes bei der Temperatur T_0 . Wird für T_0 die Raumtemperatur 293 K gewählt, so kann die Gesamtlängenänderung beim Herunterkühlen mit flüssigem Helium durch Integration der obigen Differentialgleichung berechnet werden. Es gilt:

$$\Delta L = L(T) - L_0 = L_0 \cdot \int_{T_0}^T \alpha(T') \,\mathrm{d}T'$$

Das hierbei übrig bleibende Integral wird integrierter Ausdehnungskoeffizienten α_{int} genannt. Er muss experimentell für jedes Material und jeden Temperaturbereich einzeln bestimmt werden. Für den bei der Haltestange verwendeten rostfreien Stahl hat er nach G. VENTURA und L. RISEGARI [4] im Temperaturintervall [4; 293] K einen Wert von $\alpha_{int} = 2,93 \cdot 10^{-3}$. Bei einem maximal eingestellten Abstand von 0,4 m zwischen OST und Widerstand muss die Haltestange 0,4 m herausgezogen werden, sodass sich eine maximale thermische Ausdehnung von $\Delta L = 1,5$ mm ergibt. Zusammen mit dem Ablesefehler von einen halben Skalenteil erhält man durch Addition der Einzelfehler eine Ungenauigkeit von ±2 mm für den Abstand zwischen OST und Widerstand.

3.1.5 Temperaturnessung

Die Temperaturskala ist für tiefe Temperaturen nahe des absoluten Nullpunktes nach dem Standard der International Temperature Scale 1990 (ITS90) [17] durch Fixpunkte in der Dampfdruckkurve von ³He und ⁴He definiert. Abgedeckt wird durch diese Definition der Temperaturbereich [0,65; 5,0] K. Die Temperatur selbst wird aus dem Dampfdruck durch folgende Formel berechnet:

$$T_{90}[K] = A_0 + \sum_{i=1}^{9} A_i \cdot \left[\frac{1}{C} \cdot \ln(p[Pa] - B)\right]^i.$$

Die Koeffizienten A_i , B und C sind für die unterschiedlichen Temperaturbereiche in Tabelle 7.4 im Anhang dargestellt. Die Temperatur in der Heliumsäule kann als homogen angesehen werden, da durch die hohe thermische Leitfähigkeit des suprafluiden Heliums (sämtliche Experimente werden unterhalb des λ -Punkts durchgeführt) Temperaturgradienten quasi instantan ausgeglichen werden².



Abb. 3.4: Dampfdruckkurve von ⁴He zur Definition tiefer Temperaturen nach ITS90.

3.2 Messreihen

Im Rahmen meiner Arbeit habe ich mehrere untereinander unabhängige Messreihen durchgeführt, die jeweils unterschiedliche Fragestellungen zum Antwortverhalten des OST auf

²Auch Temperaturgradienten, die aufgrund des hydrodynamischen Druckunterschieds in der stehenden Heliumsäule unter dem Einfluss des Gravitationsfelds der Erde denkbar wären, sind so vernächlässigbar.

3 Experimentelle Vorgehensweise

den Zweiten Schall untersuchen. Die Experimente sind im Folgenden entsprechend ihrer chronologischen Abfolge dargestellt. Zu beachten ist, dass die Membran des OST für die unter 3.2.1 bis 3.2.3 beschriebenen Messreihen horizontal und über dem Widerstand zentriert ausgerichtet war. Für die Messreihen unter 3.2.4 hingegen war sie vertikal ausgerichtet (genaue Beschreibungen siehe unten).

3.2.1 Experimente zur Analyse von Eigenschwingungen des OST

Wird das aufgezeichnete Signal eines Wärmepulses durch das Schwingungsverhalten der OST-Membran generiert, müsste sich das Signal aus Elementarschwingungen mit typischen Frequenzen zusammensetzen. In Kapitel 2.3.2 wurde gezeigt, dass feste Frequenzverhältnisse zwischen den Eigenmoden einer Kreismembran bestehen, die Grundfrequenz selbst aber durch Parameter der Membran wie Spannung und Elastizität beeinflusst wird.

Variation der Versorgungsvorspannung am OST

Das Schwingungsverhalten der OST-Membran wird insbesondere durch die angelegte elektrische Vorspannung beeinflusst. Eine größere Spannung sollte zu einer stärkeren Dämpfung und damit zu einem kürzeren bzw. schneller abklingenden Signal führen. Außerdem sollte einhergehend mit der stärkeren Dämpfung eine leichte Verschiebung der Eigenfrequenzen der Membran stattfinden. Bei der folgenden Messung wurde die Vorspannung des OST zwischen 120 V und 40 V in 20 V-Schritten variiert. Dafür musste anstelle der störungsarmen Batterie als Versorgungsspannung für das OST ein Hochspannungsnetzteil verwendet werden, das trotz einer vorgeschalteten Brummkiste (teilweise Entkopplung vom 230 V-Netz) Störungen aus dem Netz überträgt. Um im Nachhinein andere physikalische Einflüsse wie Interferenzen im Gesamtaufbau ausschließen zu können, wurden die Messungen bei den drei unterschiedlichen Abständen (2, 10 und 20 cm) zwischen OST und Widerstand durchgeführt.

Anregung mit periodischem Sinussignal

Eine zweite Möglichkeit zur Auffindung von Eigenfrequenzen des OST bzw. des Gesamtaufbaus besteht in der kontinuierlichen Anregung mit einem Sinussignal. Eigenfrequenzen können an einer Resonanzüberhöhung und damit einem besonders starken Signal am OST festgestellt werden. Die Messreihe untersucht den Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 1 kHz. Die Schrittweite zwischen den einzelnen Frequenzen liegt bei 10 Hz. Der Abstand zwischen OST und Widerstand beträgt hier $(5,0 \pm 0,2)$ cm.

3.2.2 Experimente zu Anregungen mit unterschiedlichen Pulsparametern

Bei dieser Messreihe werden Pulsform, -länge und -größe variiert, um den Einfluss auf Signalform und -qualität zu studieren. Dazu werden bei den Abständen 0,5 cm und 1 cm, weiter in 1 cm-Schritten bis 10 cm und in 2 cm-Schritten bis 30 cm jeweils die Signale zu den folgenden 4 Pulsen aufgezeichnet:

- 1. Rechteckpuls mit Pulsdauer 0,2 ms und Amplitude 4 V Entspricht den früheren Messungen von B. SCHRÖDER und soll als Referenz dienen.
- 2. Rechteckpuls mit Pulsdauer $0,8\,\mathrm{ms}$ und Amplitude $4\,\mathrm{V}$

Die vierfache Energiemenge aus diesem Puls sollte zu einem stärkeren Signal mit einer größeren Amplitude am OST führen.

3. Rechteckpuls mit Pulsdauer 0,8 ms und Amplitude $2\,\mathrm{V}$

Hierbei wird die gleiche Energie wie beim ersten Rechteckpuls dissipiert.

4. Sinuswelle mit Frequenz 2,5 kHz und Amplitude 5,66 Vpp

Die Sinuswelle wurde gewählt, um eine Anregung mit einer reinen Frequenz zu erzeugen - im Gegensatz zu der Überlagerung unendlich vieler Frequenzen beim Rechteckpuls. Eventuell auftretende Komplikationen durch nichtlineare Dispersion des Zweiten Schalls können somit erkannt werden. Die Amplitude des Sinus wurde so gewählt, dass die mittlere Leistung gerade derjenigen eines Rechteckpulses mit 4 V-Amplitude entspricht.

Die oben beschriebenen, gezielt gewählten Pulsparameter sind zur Übersicht in Tabelle 3.2 dargestellt. Der Wert der freigesetzten thermischen Energie fällt gerade in den Größenbereich, den man auch bei einem tatsächlichen Quenchereignis erwartet (vgl. Kapitel 2.1.6). Zur Berechnung der freigesetzten Pulsenergie $E = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t$ wird der Wert des Widerstands im heruntergekühlten Zustand benötigt. Er beträgt $R = (82,5 \pm 1,0) \Omega$.

Pulsnummer	Pulsform	Spannung	Pulslänge/Frequenz	Pulsenergie
1	Rechteck	$4\mathrm{V}$	$0,2\mathrm{ms}$	$(0,039 \pm 0,001) \mathrm{mJ}$
2	Rechteck	$4\mathrm{V}$	$0.8\mathrm{ms}$	$(0,156 \pm 0,002) \mathrm{mJ}$
3	Rechteck	$2\mathrm{V}$	$0.8\mathrm{ms}$	$(0,039 \pm 0,001) \mathrm{mJ}$
4	Sinuswelle	$5,\!66\mathrm{V}$	$2,5\mathrm{kHz}$	$(0,039 \pm 0,001) \mathrm{mJ}$

Tab. 3.2: Parameter der Anregungspulse.

3.2.3 Experimente zur Reproduzierbarkeit des Signals

Die folgende Messung untersucht den Einfluss der horizontalen Verschiebung des OST aus der Mitte des Kryostaten heraus. Bei einem festen vertikalen Abstand von 5 cm wird der Winkel ϕ in 22,5°-Schritten zwischen -90° und $+90^{\circ}$ variiert. Als Wärmepuls am Widerstand wird generiert mit einem Spannungspuls von 4 V Amplitude und 0,2 ms Dauer. Zur besseren Vergleichbarkeit wird der Druck vor jeder einzelnen Messung auf 4 mbar eingestellt. Hierdurch ändert sich der Helium-Füllstand³ über die gesamte Messreihe um insgesamt ca. 2 cm.

3.2.4 Experimente zur Analyse von Reflexionen an der Kryostatwand

Mit den folgenden beiden Versuchsserien sollen die Reflexionen des Zweiten Schalls an der Wand des Kryostaten untersucht werden. Als Anregung wird jeweils der Rechteckpuls mit einer Amplitude von 4 V und einer Dauer von 8 ms gewählt. Bei den unter 3.2.2 beschriebenen Messungen hatte sich herausgestellt, dass hierdurch ein günstiges SNR erzielt werden kann. Beide Versuchsserien wurden sowohl mit der nichtmodifizierten wie auch mit der modifizierten (größerer Widerstand, kleinere Kapazität) Ausleseelektronik durchgeführt. Ausgehend von der Annahme, dass Reflexionen an der Wand des Kryostaten auftreten, sollte die beobachtete Startzeit des Signals der zurückgelegten Weglänge der Welle vom Widerstand bis zum OST entsprechen. Je nach Ausrichtung des OST ist das Auftreffen der Wellenfront auf die OST-Membran nur über Reflexion(en) an der Kryostatwand möglich (vgl. Abbildung 3.5).

Variation des Abstands zwischen OST und Wand

In einem ersten Schritt wird nur der Abstand zwischen OST und Wand variiert, indem das senkrecht stehende OST in 90°-Schritten um die nicht zentriert im Kryostaten angebrachte Haltestange gedreht wird (siehe Abbildung 3.2). Die Winkeleinstellung 0° entspricht dem größtmöglichen Abstand zwischen OST-Membran und Wand, die Winkeleinstellung 180° entsprechend dem kleinsten. Der vertikale Abstand zwischen Widerstand und dem Mittelpunkt der OST-Membran wird dabei auf 5, 10 und 20 cm eingestellt.

³Die Ungenauigkeit bei der Bestimmung des Helium-Füllstands beträgt aufgrund der Parallaxe ± 0.5 cm.

Variation des Abstands zwischen OST und Widerstand

Bei dieser Messung werden nur die beiden Extrema, minimaler und maximaler Abstand zwischen OST-Membran und Wand, genauer untersucht. Dazu wird der vertikale Abstand zwischen Widerstand und Mittelpunkt der OST-Membran auf 1,6 cm, 2 cm, weiter in 1 cm-Schritten bis 10 cm, und weiter in 2 cm-Schritten bis 26 bzw. 32 cm eingestellt.



Abb. 3.5: Schematische Darstellung der OST-Position im Kryostaten bei vertikaler Ausrichtung der OST-Membran für die Winkeleinstellung 180° (links) und 0° (rechts). Rot eingezeichnet sind die kürzesten Wege für den Zweiten Schall mit und ohne Reflexion.

4 Auswertung und Ergebnisse

Die Auswertung zielt darauf ab, charakteristische Eigenschaften der aufgezeichneten Signale vom OST zu finden. Ein typisches Signal vom OST ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Der Wärmepuls wurde zum Zeitpunkt t = 0 erzeugt. Entsprechend der Laufzeit für den Zweiten Schall beginnt das Signal zeitverzögert zum Zeitpunkt t_{start} mit negativem Ausschlag (vgl. Kapitel 2.3.2). Nach kurzem Einschwingverhalten des OST nimmt das durch mehrere hochfrequente Schwingungen getragene Signal die maximale Amplitude an. Anschließend fällt es exponentiell entsprechend einer relativ schwachen Dämpfung wieder auf 0 ab. Anhand der unterschiedlichen Experimente ist im Folgenden das Antwortverhalten des OST auf den Zweiten Schall näher zu untersuchen. Hierbei kommen verschiedene mit MATLAB implementierte Routinen zum Einsatz.



Abb. 4.1: Typisches Rohsignal vom OST.

4.1 Aufbereitung der aufgezeichneten Zeitreihen für die Analyse

Für alle im Folgenden beschriebenen Analyseschritte ist es notwendig, dass das erste Moment des Signals über den gesamten Zeitbereich betrachtet verschwindet. Um dies

4 Auswertung und Ergebnisse

zu erreichen, wird von jedem der N Messwerte mit $x_n = x(n \cdot \Delta t)$ des Zeitsignals der Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_n x_n$ subtrahiert. Dies ist gerechtfertigt, da das Signal ohnehin symmetrisch um die Spannungsnulllinie sein sollte. Ein eventueller Offset wird durch einen kontinuierlichen Leckstrom verursacht, der keinen relevanten Informationsgehalt hat. Ein typisches bereinigtes Signal ist in Abbildung 4.2 dargestellt.



Abb. 4.2: Typisches Signal vom OST nach Mittelwertsbereinigung.

4.2 Konsistenzcheck

In einem ersten Analyseschritt der Messergebnisse ist zu prüfen, inwieweit sich die im Theorieteil getroffenen Annahmen zur Wellennatur des Zweiten Schalls und zur Funktionsweise des OST in den experimentellen Befunden widerspiegeln. Zunächst ist die Annahme zu überprüfen, dass die aufgezeichneten Spannungsänderungen des Signals am OST proportional zu der auftreffenden Amplitude des Zweiten Schalls sind. Dazu werden die von den vier verschiedenen Pulsformen unter 3.2.2 generierten Signale bei jeweils gleichem Abstand zwischen OST und Widerstand untereinander verglichen. Die in einer Welle gespeicherte Energie ist proportional zum Quadrat der Wellenamplitude (vgl. Kapitel 2.2.3). Daher erwarten wir bei den mit Pulsform 2 (4-fache Energie) generierten Signalen eine doppelt so große Amplitude wie bei den mit Pulsform 1 und 3 generierten. Abbildung 4.3 zeigt, dass dies der Fall ist. Die eingetragenen Amplituden wurden aus dem Mittelwert der vier größten Ausschläge im Startbereich des Signals ermittelt, um durch Rauschen bedingte Schwankungen weitmöglich zu unterdrücken.

Im Theorieteil wurde gezeigt, dass die Lösung der Wellengleichung des Zweiten Schalls im Nahfeld die Gestalt einer Kugelwelle und im Fernfeld die einer ebenen Welle hat. Das heißt insbesondere, dass die Amplitude des Zweiten Schalls für kurze Entfernungen



Abb. 4.3: Verhältnis der Signalamplituden bei Anregung mit unterschiedlicher Pulsform. Das Amplitudenverhältnis ist auf Pulsnummer 1 bezogen.

mit dem reziproken Abstand abfällt. Für größere Entfernungen ist sie nahezu konstant. Dieses Verhalten findet man in den Signalen zu Messreihe 1 bei Anregung mit allen vier Pulsformen. Dies ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Gut zu erkennen ist der Übergang von der Kugelwelle zur ebenen Welle im Abstandsbereich von 5-10 cm. Der Übergangsbereich fällt damit gerade in denjenigen Bereich, in dem durch Reflexionen in der engen Geometrie des Kryostaten (Radius 3,75 cm) die Kugelwelle frühzeitig in eine ebene Welle überführt wird.



Abb. 4.4: Die Amplitude des Zweiten Schalls in Abhängikeit vom Abstand zwischen OST und Widerstand bei unterschiedlicher Anregung.

4.3 Reproduzierbarkeit des Signals

Grundlage für die Aussagefähigkeit der weiteren Analyseergebnisse zur Antwort des OST ist die Reproduzierbarkeit des Signals. Dazu wird die Messreihe aus Kapitel 3.2.3 herangezogen: Bei größeren Abständen zwischen OST und Widerstand kann die Wellenausbreitung des Zweiten Schalls im Startbereich des Signals nach Kapitel 4.2 als ebene Welle betrachtet werden. In diesem Fall darf eine horizontale Verschiebung des OST aus der Mitte des Kryostaten heraus keinen großen Einfluss auf das Signal haben. Dies ist bei allen drei eingestellten Abständen der Fall. Abgesehen von dem erwartbaren Rauschunterschied sind die Signale im Anfangsbereich identisch. Es liegt lediglich eine zeitliche Verschiebung zwischen den Signalen bei unterschiedlichen Winkeleinstellungen vor, die auf die dreidimensionale Abstandsänderung zwischen OST und Widerstand zurückzuführen ist. Damit zeigt diese Messung, ebenso wie eine frühere Kontrollmessung mit unterschiedlichen Helium-Füllständen und gleichbleibender OST-Position¹, die Reproduzierbarkeit des Signals bei Variation der einstellbaren Parameter Temperatur, Füllstand und Position des OST.



Abb. 4.5: Startbereich der Signale unter verschiedenen Drehwinkeln ϕ bei horizontaler Ausrichtung der OST-Membran und festem vertikalem Abstand von 5 cm.

4.4 Untersuchungen zur Verbesserung der Signalqualität

Sowohl Änderungen an der Pulsintensität als auch solche an der Ausleseelektronik bewirken eine Veränderung der Signalqualität, die im Folgenden durch das SNR quantitativ beurteilt werden sollen.

 $^{^1\}mathrm{Messung}$ vom 09.02.2011, durchgeführt von B. Schröder und H. Vennekate

4.4.1 Verbesserung des SNR

Im vorangehenden Abschnitt wurde gezeigt, dass die Signalamplitude bei einem größeren Wärmepuls deutlich zunimmt. Zu beachten ist hierbei, dass die gewählte Intensität der Wärmepulse noch deutlich unterhalb der Grenze liegt, ab der nichtlineare Effekte bei der Wellenausbreitung auftreten. Im Gegensatz zur Signalamplitude ist das weiße Rauschen² von der Größe des Wärmepulses unabhängig. Demzufolge führt ein intensiverer Wärmepuls zu einem verbesserten Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist in Abbildung 4.6 graphisch für die vier unter 3.2.2 verwendeten Pulsformen dargestellt. Der intensivste Puls (Pulsnummer 2) weist wie erwartet das beste Signalzu-Rausch-Verhältnis auf. Die Verschlechterung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses mit steigendem Abstand zwischen OST und Widerstand erklärt sich aus dem Abfall der Signalamplitude, wohingegen das Rauschen vom Abstand unabhängig ist.



Abb. 4.6: SNR bei Anregung mit unterschiedlicher Pulsintensität.

Zur Berechnung des SNR benötigt man wie im Theorieteil beschrieben die mittlere quadratische Amplitude des Rauschens und des Signals. Diejenige des Rauschens wurde aus dem negativen Bereich der Zeitreihe (also dem Bereich, in dem sicher kein Zweiter Schall das OST trifft) ermittelt. Die des Signals wurde aus den ersten zehn Perioden des Signals nach dem Signalstart $t_{start} = \frac{d}{v_{seso}}$ bestimmt.

4.4.2 Vergrößerung der Signalamplitude

Durch die bei den Messreihe unter 3.2.4 eingesetzte modifizierte Auslese kann die Signalamplitude wie in Kapitel 2.3.2 beschrieben vergrößert werden. Einhergehend mit der

 $^{^{2}}$ Als weißes Rauschen bezeichnet man ein stochastisch unabhängiges Signal, das theoretisch das gesamte Frequenzspektrum abdeckt und keine ausgezeichneten Frequenzen aufweist [13].

Vergrößerung der Signalamplitude wird der durch Schwingungen im Aufbau verursachte Rauschanteil mit verstärkt, nicht jedoch elektronisch bedingtes Rauschen. Obwohl also auch ein Teil des Rauschens verstärkt wird, führt die Modifikation der Ausleseelektronik dazu, dass sich das Signal stärker aus dem verrauschten Untergrund heraushebt. Dies wird bei der späteren genauen Bestimmung des Signalstarts hilfreich sein, wenngleich das SNR insgesamt nur bedingt verbessert wird. Abbildung 4.7 zeigt das nur geringfügig bessere SNR der modifizierten Auslese gegenüber der nicht modifizierten bei vertikaler Ausrichtung der OST-Membran (für die horizontale Ausrichtung der OST-Membran wie unter 3.2.2 gibt es keine Messergebnisse, so dass ein direkter Vergleich mit den obigen Ergebnissen nicht möglich ist).



Abb. 4.7: Vergleich des SNR bei nicht-modifizierter (links) und modifizierter (rechts) Auslese bei vertikaler Ausrichtung der OST-Membran.

4.5 Bestimmung des Signalstarts

Grundlegend für das Verfahren zur Quenchpunktlokalisierung mittels Zweitem Schall ist die Bestimmung des Signalstartpunktes. In der Theorie über den OST wurde gezeigt, dass das Signal mit einem negativen Ausschlag am Oszilloskop, also einer negativen Spannungsänderung, beginnt (vgl. Abbildung 4.8).

Wie bereits oben beschrieben beginnt das Signal nicht mit maximaler Amplitude, was - wie noch zu zeigen ist - vermutlich auf das Einschwingverhalten der OST-Membran zurückgeht. Gerade dieser kleine Signalanfang macht die computergestütze Bestimmung des genauen Startzeitpunktes sehr anfällig gegenüber stärkerem Rauschen. Mit dem im Folgenden vorgestellten und verwendeten Verfahren kann der Startpunkt dennoch zuverlässig und mit nur kleiner Unsicherheit bestimmt werden. Wie bei der Bestimmung des



Abb. 4.8: Ausschnitt aus einer Zeitreihe: Startbereich des Signals am OST mit eingezeichneter Schwelle S zur Bestimmung des Signalstarts t_{start} .

SNR wird der negative Bereich der Zeitreihe dazu verwendet, die maximale Amplitude des Rauschens zu bestimmten. Mit der bestimmten maximalen Amplitude $A_{Rausch,max}$ kann jetzt eine Schwelle für den Signalstart definiert werden. Die Schwelle wird 10% oberhalb der maximalen Rauschamplitude angesetzt, um sicherzustellen, dass es sich tatsächlich um den Signalstart und nicht um ein leicht erhöhtes Rauschen handelt. Als Startwert des Signals definieren wir denjenigen Zeitpunkt, bei dem das gleichgerichtete Signal den Schwellenwert $S = 1, 1 \cdot A_{Rausch,max}$ zum ersten mal übersteigt. Zum Vergleich der so ermittelten Startpunkte mit den tatsächlich eingestellten Abständen zwischen OST und Widerstand werden die Laufzeiten durch Multiplikation mit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls in die zurückgelegten Wege der Wellenfront umgerechnet. Hierbei muss die Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls berücksichtigt werden (vgl. Kapitel 2.2.4), wofür die Temperatur des Heliums aus dem Dampfdruck bestimmt wird. Der zurückgelegte Weg der Wellenfront berechnet sich folglich durch:

$$d = t_{start} \cdot v_{SeSo}(T).$$

 t_{start} ist hierbei die Zeit zwischen Puls am Widerstand und Signalstart am OST. Die Unsicherheit für den bestimmten Abstand setzt sich zusammen aus der Unsicherheit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls und der Unsicherheit in der Bestimmung des Zeitpunktes für den Signalstart, sodass man im Rahmen der Fehlerfortpflanzung erhält:

$$\sigma_d = \sqrt{(t_{start} \cdot \sigma_{v_{SeSo}})^2 + (v_{SeSo} \cdot \sigma_{t_{start}})^2}.$$



Abb. 4.9: Auftragung des gemessenen Abstands zwischen OST und Widerstand gegen den tatsächlich eingestellten bei unterschiedlichen Wärmepulsen (von oben nach unten: Pulsnummer 1 bis Pulsnummer 4).

Für den absoluten Fehler des Startzeitpunktes veranschlagt man dabei $\sigma_{t_{start}} = 0.25 \text{ ms}$ entsprechend einer viertel Periode der typischen Schwingungsdauern im Signal (vgl. Kapitel 4.8.2). Der zu verwendende Fehler für die Geschwindigkeit des Zweiten Schalls folgt aus der Unsicherheit bei der Temperaturmessung des Heliums zusammen mit den Unsicherheiten in den Messwerten von WANG et al. [12]. In Abbildung 4.9 sind die ermittelten Abstände zwischen OST und Widerstand bei verschiedenen Anregungen gegen den tatsächlich eingestellten Abstand aufgetragen. Die dabei in Richtung der Abszisse eingezeichneten Fehler ergeben sich aus der Ableseungenauigkeit des Maßstabs und der thermischen Ausdehnung bzw. Schrumpfung der Haltestange des OST (vgl. Kapitel 3.1.4). Die Messungen zeigen das im Rahmen der Theorie erwartete Verhalten. Alle Messwerte streuen abgesehen von wenigen Ausnahmen nur schwach um die eingezeichnete, theoretisch zu erwartende Gerade (vgl. Abbildung 4.9). Dennoch ist ein quantitativer Unterschied zwischen den einzelnen Messreihen zu den verschiedenen Anregungen zu erkennen. Bei einem energetisch intensiveren Puls, d.h. bei einer größeren Amplitude des Signals, können die Startzeitpunkte genauer bestimmt werden und es treten weniger Ausreißer auf. Für jede der Anregungen mit unterschiedlicher Pulsform aus 3.2.2 wird die mittlere absolute Abweichung des mit dem Zweiten Schall und OST gemessenen Abstands von dem tatsächlich eingestellten Abstand zwischen OST und Widerstand berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.1 dargestellt. Sie zeigen deutlich, dass bei einem genügend großen Wärmepuls eine zuverlässige, computergestützte Rekonstruktion des Abstands möglich ist.

	Mit allen Messwerten		Anzahl	Anzahl ohne Fehlbestimmung	
	$\mathrm{RMS}[\mathrm{m}^2]$	$\sqrt{\mathrm{RMS}}\mathrm{[m]}$	Fehlbestimmungen	$\mathrm{RMS}[\mathrm{m}^2]$	$\sqrt{\mathrm{RMS}}\mathrm{[m]}$
Puls 1	0,0030	0,055	3 von 21	$2.041 \cdot 10^{-4}$	0,014
Puls 2	0,0047	0,069	2 von 21	$0.392 \cdot 10^{-4}$	0,006
Puls 3	0,0008	0,029	2 von 21	$8.548 \cdot 10^{-4}$	0,029
Puls 4	0,0005	0,022	0 von 21	$4.811 \cdot 10^{-4}$	0,022

Tab. 4.1: Mittlere Quadratische Abweichung (RMS) zwischen eingestelltem und gemessenem Abstand. Für die Startpunktbestimmung wird die Schwelle auf 1,1 gesetzt. Aufgrund von sehr starkem Rauschen numerisch falsch bestimmte Startpunkte werden im rechten Teil der Tabelle vernachlässigt.

4.6 Abklingverhalten der Signalamplitude

Wie bereits erwähnt sind die am Göttinger Testaufbau beobachteten Signale am OST sehr lang. Während am CERN und DESY bei aktuellen Messungen typische Signallängen von einigen 10 ms auftreten³, liegt die Signallänge in Göttingen bei rund 0,5 s. Da die OST bei allen Testständen nach dem gleichen Design gebaut sind, unterscheiden sich die Aufbauten hauptsächlich in der Dimension des Kryostaten. Es liegt deshalb nahe zu vermuten, dass durch die in Göttingen benutzte enge Geometrie des Kryostaten starke Reflexionen auftreten, die für das lange Signal verantwortlich sind. Die folgende Analyse untersucht deshalb das Reflexionsverhalten des Zweiten Schalls im Kryostaten.

Für spätere Vergleiche wird die genaue Lebensdauer des exponentiellen Abfalls der OST-Signale benötigt. Zur Bestimmung dieser Lebensdauer wird die exponentiell abfallende Einhüllende an die aufgezeichneten Signale gefittet. Abbildung 4.10 zeigt dies beispielhaft für ein Signal bei Anregung mit Pulsnummer 2.



Abb. 4.10: Exponentiell abfallendes Signal nach Gleichrichtung mit eingezeichnetem Fit zur Bestimmung der Lebensdauer.

Zur Durchführung des Fits wird das Signal zunächst gleichgerichtet, d.h. der negative Signalanteil wird nach oben geklappt. Durch die Maxima des gleichgerichteten Signals wird anschließend die exponentielle Ausgleichskurve gelegt. Da sich die Lebensdauern bei gleichem Anregungspuls und unterschiedlichen Abständen zwischen OST und Widerstand nur unwesentlich unterscheiden, sind in Tabelle 4.2 die Mittelwerte zu den Lebensdauern für die verschiedenen Pulsformen angegeben.

4.7 Reflexion des Zweiten Schalls

Die im letzten Kapitel vorgestellten Messungen haben gezeigt, dass der zurückgelegte Weg der Wellenfront des Zweiten Schalls im freien Raum sehr genau bestimmt werden kann,

³mündliche Information von Hannes Vennekate, zur Zeit *technical student* am CERN.

Pulsnummer	Pulsform	Spannung	Pulslänge/Frequenz	Lebensdauer
1	Rechteck	$4\mathrm{V}$	$0,2\mathrm{ms}$	$(0,10\pm0,02)\mathrm{s}$
2	Rechteck	$4 \mathrm{V}$	$0.8\mathrm{ms}$	$(0,14\pm0,02)\mathrm{s}$
3	Rechteck	$2 \mathrm{V}$	$0.8\mathrm{ms}$	$(0,12\pm0,02){ m s}$
4	Sinus	$5{,}66\mathrm{V}$	$2,5\mathrm{kHz}$	$(0,11\pm 0,02){ m s}$

Tab. 4.2: Lebensdauern der exponentiellen Abfälle für verschiedene Anregungspulse.

wenn die Amplitute des Pulses genügend groß ist. Dieses Ergebnis soll nun dazu verwendet werden, das Reflexionsverhalten an der Glaswand des Kryostaten zu untersuchen. Dazu wurde die OST-Membran, wie in Kapitel 3.2.4 beschrieben, vertikal ausgerichtet, und zwar einmal in Richtung Wand und einmal in Richtung Kryostatmitte (vgl. Abbildung 3.5). Bei der Einstellung mit OST-Membran in Richtung Kryostatwand erwarten wir ein verzögertes Eintreffen der Wellenfront. Aufgrund des nicht vorhandenen direkten Sichtkontaktes zwischen OST-Membran und Widerstand kann erst eine an der Wand reflektierte Welle die OST-Membran anregen. Der kürzeste Abstand zwischen OST und Widerstand bei genau einer Reflexion an der Wand des Kryostaten (mit Radius R_{Kryo}) kann leicht anhand von geometrischen Überlegungen mit der radialen Verschiebung des Mittelpunkts der OST-Membran R_{OST} aus dem Kryostatmittelpunkt (bei Winkeleinstellung 0°: $R_{OST} = (1,5\pm0,5)$ mm und bei Winkeleinstellung 180°: $R_{OST} = (23,5\pm0,5)$ mm) ermittelt werden:

$$d_{ref} = \sqrt{z_{OST}^2 + (2 \cdot R_{Kryo} - R_{OST})^2}.$$

Im Vergleich dazu beträgt der Abstand bei der Einstellung mit direktem Sichtkontakt:

$$d_{direkt} = \sqrt{z_{OST}^2 + R_{OST}^2}$$

Die Analyse der Lauflänge des Zweiten Schalls, ermittelt wie im Kapitel 4.5 beschrieben, liefert auch hier eine exakte Bestätigung des vorgeschlagenen Modells. In Abbildung 4.11 sind die gemessenen Lauflängen für Einstellungen mit Reflexionen und in Abbildung 4.12 die für Einstellungen ohne Reflexionen gegen die aus den geometrischen Überlegungen berechneten Abstände aufgetragen. Die Abweichungen liegen wie zuvor unter 10 bzw. 5%. Dass bei der Einstellung in Richtung Wand überhaupt ein Signal gemessen wird und dass der Startzeitpunkt desselben gerade der Laufzeit einer einmal an der Wand reflektierten Welle entspricht, bestätigt, dass Reflexionen an der Wand tatsächlich auftreten.

4 Auswertung und Ergebnisse



Abb. 4.11: Gemessene Lauflänge des Zweiten Schalls bei vertikaler Orientierung des
OST und Winkeleinstellung 0° mit Reflexionen.

4.7.1 Reflexionskoeffizient des Zweiten Schalls an einer Glaswand

Im nächsten Schritt sollen die Reflexionen genauer untersucht werden. Bei der Einbeziehung reflektierter Wellen in das Verfahren zur Bestimmung des Quenchpunktes bei einer echten Kavität ist es wichtig, dass reflektierte und nichtreflektierte Signale klar von einander unterschieden werden können, wenn denn überhaupt die Amplitute einer reflektierten Welle für eine exakte und zuverlässige Rekonstuktion noch ausreichend ist. Für die Beantwortung dieser Fragestellungen ist der Reflexionskoeffizient des Zweiten Schalls heranzuziehen. Es wurden zwar keine eigens darauf ausgerichtete Messreihen durchgeführt, dennoch ist eine näherungsweise Bestimmung aus den vorhandenen Messreihen möglich. Zur Bestimmung des Reflexionskoeffizientens werden jeweils die maximalen Amplituten eines reflektierten und eines nichtreflektierten Signals am OST verglichen. Dabei ist zu beachten, dass die variablen Größen wie Temperatur und Füllstand sowie der Weg, den die Welle zwischen Widerstand und OST zurücklegen muss, möglichst ähnlich sind. Ähnlich lange Wege sind notwendig, weil ansonsten eine Normierung entsprechend der abklingenden Amplitute einer Kugelwelle erforderlich wäre, die aufgrund der nicht exakt



Abb. 4.12: Gemessene Lauflänge des Zweiten Schalls bei vertikaler Orientierung des OST und Winkeleinstellung 180° ohne Reflexionen.

bekannten Dämpfung der Temperaturwelle im Helium fehlerhaft würde. Um durch das Untergrundrauschen verursachte Messschwankungen zu unterdrücken, wurde als Amplitude der Mittelwert aus den ersten vier Maximalausschlägen des mittelwertbereinigten Signals verwendet. Wie zu erwarten ist der Reflexionskoeffizient unabhängig von der Lauflänge und bis auf durch die Messungenauigkeit bedingte Schwankungen konstant. Dies rechtfertigt die Bestimmung des mittleren Reflexionskoeffizienten als gewichtetes Mittel aus den Einzelmessungen:

$$R = 0.39 \pm 0.05.$$

Bei direktem Sichtkontakt ist der abgedeckte Winkelbereich für die auf die OST-Membran auftreffende Welle ungünstig, was zu einer Amplitudenminderung und damit zu einem eventuell noch kleineren Reflexionskoeffizienten führen kann (vgl. Abbildung 3.5).

4.7.2 Folgen des geringen Reflexionskoeffizienten

Bei der Betrachtung der Zeitreihen haben wir ein sehr langsames exponentielles Abklingen der Signale beobachtet ($\lambda \approx 0.2 \,\mathrm{s}$). Geht man davon aus, dass das lange Signal allein

durch Reflexion innerhalb des Kryostaten verursacht ist, so kann eine Mindestzahl von Reflexionen bestimmt werden, die der Lebensdauer $\tau = \lambda^{-1}$ des Signals entsprechen würde. Bei einem maximalen Helium-Füllstand von etwa 0,4 m ergibt sich:

$$n = \min \{ \# \text{Reflexionen} \} = \frac{\lambda \cdot 20 \text{ m/s}}{0.4 \text{ m}} \approx 10.$$

Die hier berechnete minimale Anzahl an Reflexionen in einem Zeitintervall τ würde auftreten, wenn die Entropiewelle im Kryostaten senkrecht auf- und abläuft.

Bei einer Anzahl von 10 Reflexionen und einem Reflexionskoeffizienten von $R \approx 0.4$ wäre die Amplitude aber bereits auf $A(\tau) = R^{\frac{n}{2}} \cdot A(0) = 0.01 \cdot A(0)$ abgefallen und nicht auf $\frac{1}{e} \approx 0.37$, wie es beim tatsächlichen Signal der Fall ist. Sie wäre also mehr als eine 10er-Potenz kleiner. Die langen Signale können also ihre Ursache nicht in der reflektierten Welle innerhalb der engen Geometrie des Kryostaten haben.

4.8 Frequenzanalyse

Im vorangegangenen Analyseschritt wurde gezeigt, dass das lange am OST zu beobachtende Signal nicht durch Reflexionen erklärbar ist. Die Frage, woher der Unterschied in der Signaldauer verglichen mit anderen Testständen kommt, muss also anders beantwortet werden. Die Messreihe aus 3.2.1 mit kontinuierlicher Anregung hat deutlich gezeigt, dass Resonanzen im Aufbau auftreten. Wie zu erwarten reagiert das OST mit der doppelten Frequenz auf das am Widerstand angelegte Sinussignal gemäß der Tatsache, dass positive und negative Spannungen am Widerstand gleichermaßen für die Freisetzung thermischer Energie sorgen. Bei bestimmten Frequenzen ist die Signalamplitude am OST auf das zweibis dreifache der durchschnittlichen Signalamplitude erhöht. Andere Frequenzen sind dagegen unterdrückt. Die Phasenverschiebung zwischen den Sinussignalen am Widerstand und der Antwort am OST entspricht der Laufzeit zwischen diesen beiden.

Wie in Kapitel 2.4.3 beschrieben, erlaubt die genaue zeitaufgelöste Frequenzanalyse Rückschlüsse auf Eigenschaften des offensichtlich schwingungsfähigen Gesamtaufbaus.

Möglich wäre es, jeweils eine vollständige Zeitreihe durch Fourier-Transformation in die enthaltenen Frequenzen zu zerlegen. Dies ist jedoch nicht sinnvoll, wenn man speziell an den Frequenzen interessiert ist, aus denen das eigentliche Signal besteht. Das eigentliche Signal macht nämlich weniger als die Hälfte von einer aufgezeichneten Zeitreihe aus. Um die Analyse auf das eigentliche Signal konzentrieren zu können, wird die Zeitreihe durch den Einsatz von Fenstern stückchenweise betrachtet. Eine aufgezeichnete Zeitreihe von 1 s besteht bei einer Samplingrate von 100 kHz aus insgesamt 100.000 Messpunkten. Durch Wichtung mit einem Rechteckfenster wird zunächst ein Ausschnitt aus der Zeitreihe gewählt. Dieser wird in einem zweiten Schritt mit einer Gaußfunktion gewichtet, um falsche Informationen bei der folgenden Fouriertransformation zu unterbinden (vgl. Kapitel 2.4.3). Die Bedingung an die Eingangsvektorlänge der schnellen Fouriertransformation ist durch die Wahl der Breite von $2^{13} = 8192$ Punkten für Gauß- und des Rechteckfenster erfüllt. Der Mittelpunkt der Wichtungsfunktionen wird nun stückweise von links nach rechts durch die Zeitreihe geschoben, um die zeitliche Entwicklung der Frequenzen im Signal zu untersuchen. Das Wasserfalldiagramm in Abbildung 4.13 zeigt den so erhaltenen Frequenzverlauf für eine gesamte Zeitreihe. Von links nach rechts ist der Frequenzgang für jeweils ein Fenster aufgetragen, die zeitliche Entwicklung über die gesamte Zeitreihe zeigt in die Zeichenebene hinein, d.h. die zeitlich aufeinanderfolgenden Fenster sind jeweils "hintereinander" aufgetragen. Die Wahl genau dieser Fenstergröße stellt einen Kompromiss zwischen zeitlicher Auflösung und der Frequenzauflösung dar. Die maximale Auflösung im Frequenzbereich beträgt $\frac{100000}{8192}$ Hz $\approx 12,2$ Hz.



Abb. 4.13: Das Wasserfalldiagramm zeigt die zeitliche Entwicklung des Frequenzgangs eines typischen OST-Signals.

Die zeitliche Frequenzentwicklung jeder Zeitreihe weist im Signalbereich drei Hauptfrequenzen auf. Zur genauen Bestimmung der Hauptfrequenzen werden pro Zeitreihe für jedes Fenster die Positionen der Maxima in den Hauptfrequenzbereichen durch Fits mit Gaußfunktionen bestimmt. Das Fitten mit Gaußfunktionen ist insgesamt gerechtfertigt: Zwar führt der exponentielle Abfall der Amplitude im Zeitbereich zu einer Lorentzverteilung um die Hauptfrequenz im Frequenzbereich (vgl. Kapitel 2.4.3). Andererseits führt

4 Auswertung und Ergebnisse



Abb. 4.14: Hauptfrequenzen der Messreihen für die alte und neue Auslese bei vertikaler Orientierung der OST-Membran (oben und mitte) und für die alte Auslese bei horizontaler Stellung der OST-Membran (unten).

die Gewichtung mit dem Gaußfenster im Zeitbereich zu einer Faltung mit einer Gaußfunktion im Frequenzbereich, d.h. insgesamt entsteht im Frequenzbereich eine Faltung aus Gaußfunktion und Lorentzfunktion. Dieses Faltungsintegral lässt sich nicht einfach analytisch lösen. Für den vorliegenden Fall, dass die Breite der Gaußkurve um etwa zwei Größenordnungen größer ist als die der Lorentzkurve, kann das Integral näherungsweise durch die Gaußkurve beschrieben werden.

Für jede gesamte Zeitreihe werden die Hauptfrequenzen nun aus den Mittelwerten zu den ermittelten Hauptfrequenzen in den Fenstern berechnet. Der Vergleich der Zeitreihen zu verschiedenen eingestellten Parametern des Versuchsaufbaus zeigt deutlich, dass es sich immer wieder um dieselben Frequenzen handelt (vgl. Abbildung 4.14).

Damit sind die Frequenzen also unabhängig von der Orientierung des OST, dem Abstand zwischen Widerstand und OST, der Temperatur des Heliums und damit der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Zweiten Schalls sowie von dem Heliumfüllstand im Kryostaten. Daraus folgt, dass es sich bei den aufgezeichneten Schwingungen um Schwingungen des OST selbst handeln muss. Sofern weiter ausgeschlossen werden kann, dass die Ausleseelektronik des OST für die Schwingungen verantwortlich ist, muss es sich um Schwingungen der OST-Membran handeln.

4.8.1 Ausschluss von Eigenschwingungen der Ausleseelektronik

Der elektrische Schaltkreis der Ausleseelektronik stellt prinzipiell einen anregbaren *LRC*-Serienschwingkreis dar. Die Resonanzfrequenz eines solchen Serienschwingkreises liegt bei $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Die Gesamtkapazität *C* der Ausleseelektronik setzt sich zusammen aus der des OST $C_{OST} \approx 16 \,\mathrm{pF}$ und der des ca. 4 m langen Koaxialkabels $C_{Koax} \approx 400 \,\mathrm{pF}$: $C = \left(\frac{1}{C_{OST}} + \frac{1}{C_{Koax}}\right)^{-1} \approx 15,4 \,\mathrm{pF}$. Die Induktivität kommt allein durch das Koaxialkabel zustande und beträgt $L \approx 1 \,\mathrm{pH}$. Somit ergibt sich als Frequenz 40 GHz. Diese Frequenz ist um sechs Größenordnungen größer als die im Signal relevanten Frequenzen. Damit beeinflusst die Ausleseelektronik sicher nicht die Signalform vom OST.

4.8.2 Schwingungen der OST-Membran

Nachdem ausgeschlossen ist, dass die Hauptfrequenzen im Signal durch die Ausleseelektronik verursacht werden, handelt es sich bei den Hauptfrequenzen aller Wahrscheinlichkeit nach um angeregte Eigenmoden der OST-Membran. Die drei über alle Messungen gemittelten Hauptfrequenzen sind in Tabelle 4.3 dargestellt.

Um zu verifizieren, dass es sich bei diesen Frequenzen wirklich um Eigenmoden der OST-Membran handelt, werden die Verhältnisse der angeregten Hauptschwingungen mit

4 Auswertung und Ergebnisse

	$f_1 [\mathrm{Hz}]$	$f_2 [\mathrm{Hz}]$	$f_3 [{ m Hz}]$
Horizontale Membran	299 ± 7	564 ± 9	873 ± 24
Vertikale Membran neue Auslese	301 ± 11	545 ± 10	869 ± 21
Vertikale Membran alte Auslese	296 ± 11	544 ± 13	870 ± 25
Mittelwert über alle Messungen	299 ± 5	553 ± 6	870 ± 13

Tab. 4.3: Gemessene Hauptfrequenzen in den OST-Signalen.

den in Kapitel 2.3.2 vorgestellen Frequenzverhältnissen zwischen den Eigenmoden einer Kreismembran verglichen. Tabelle 4.4 zeigt für ausgewählte Eigenmoden die theoretischen Frequenzverhältnisse jeweils bezogen auf die Eigenmode mit der niedrigsten Frequenz. Gegenübergestellt sind die prozentualen Abweichungen zu den am OST gemessenen Frequenzverhältnissen.

	theoretische	gemessene	
Eigenmoden	Frequenzverhältnisse	Frequenzverhältnisse	Abweichungen
11, 12, 71	1:1,84:1,58	1:1,85:1,57	0:0,5%:0,6%
32, 21, 53	1:1,90:1,61	1:1,85:1,57	0:2,7%:4,0%
02, 61, 53	$1:1,\!80:1,\!57$	1:1,85:1,57	0:2,7%:0
31, 04, 54	$1:1,\!85:1,\!61$	$1:1,\!85:1,\!57$	0:0 : 4,0%

Tab. 4.4: Theoretische Frequenzverhältnisse von Eigenmoden einer Kreismembran verglichen mit den gemessenen Frequenzverhältnissen; Fehler auf die gemessenen Frequenzen sind vernachlässigt.

Die Tabelle zeigt, dass im Rahmen der Messgenauigkeit insbesondere für die Eigenmoden 11, 12 und 71 eine besonders große Übereinstimmung zwischen Theorie und Messwert gegeben ist, so dass man annehmen kann dass gerade diese Moden besonders stark angeregt wurden. Endgültig bestätigt werden kann diese Hypothese nur durch weitere Messungen (z.B. die Bestimmung der Grundfrequenz der Membran (Mode 01)), was im Rahmen dieser Arbeit aus zeitlichen Gründen nicht mehr möglich war. Obwohl die Deckung zwischen Theorie und Messungen relativ konsistent wirkt, kann aufgrund der bisherigen Messungen nicht ausgeschlossen werden, dass nicht die gesamte sondern nur ein Teil der Membran schwingt. Bestätigt werden kann aber die Hypothese, dass in jedem Fall ein Teil der OST-Membran schwingt, und dass dieses Schwingen der Membran sowohl für das lange Signal als auch für dessen Form verantwortlich ist.

Aussagekräftig in diesem Zusammenhang hätten noch die Messungen aus 3.2.1 bei unterschiedlicher Vorspannung des OST sein können. Diese sind jedoch nicht mit der nötigen Genauigkeit auswertbar, weil sie insbesondere für niedrige Spannungen ein sehr schlechtes Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweisen.

5 Diskussion und Zusammenfassung

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Experimente und deren Analysen tragen dazu bei, das Antwortverhalten eines OST auf den Zweiten Schall genauer zu verstehen.

Zunächst wurde gezeigt, dass das Signal am OST reproduzierbar ist. Es liegt somit kein chaotisches Verhalten vor. Kleine Variationen der Randbedingungen, (Helium-Füllstand, Abstand zwischen OST und Widerstand bzw. Ursprung des Wärmepulses sowie Temperatur des Heliums bzw. Ausbreitungsgeschwindigkeit des Zweiten Schalls) führen zu nur kleinen Variationen des Signals. Die Intensität des Wärmepulses bewirkt nahezu ausschließlich eine Änderung der Signalamplitude; sie nimmt kaum Einfluss auf die Signalform im Startbereich.

Die Änderungen am Teststand zur Verbesserung der Signalqualität (Ausschalten der Pumpe, Versorgungsspannung für das OST aus einer Batterie) haben zum gewünschten Erfolg geführt. Das Signal hebt sich deutlich vom Untergrund ab. Bei einer ausreichenden Pulsintensität (hier verwendet: 4 V, 0,2 ms bei einem Widerstand von 80 Ω) beträgt das Signal-zu-Rausch-Verhältnis auch für größere Abstände zwischen OST und Widerstand etwa 30 dB. Damit ist eine verwertbare Signalqualität gewährleistet.

Weiter haben die Messungen gezeigt, dass die Amplitude des Zweiten Schalls direkt proportional zu der am OST ausgelesenen Spannungsänderung ist. Dies bestätigt, dass das OST prinzipiell wie ein Kondensatormikrofon funktioniert und dementsprechend so auszulesen ist. Die Signalspannung kann durch einen größeren Vorwiderstand in der Ausleseelektronik erhöht werden, was für die Bestimmung des Signalstarts hilfreich ist.

Darauf aufbauend können insbesondere die eingangs genannten Fragestellungen weitestgehend beantwortet werden:

Inwieweit und mit welcher Genauigkeit kann die Laufzeit des Zweiten Schalls bestimmt und damit der Abstand zum Wärmepunkt rekonstruiert werden? Der Startpunkt der Antwort des OST auf den Zweiten Schall kann mit einer Genauigkeit von ca. 0,1 ms bestimmt werden. Computergestützt erfolgt dies durch den Einsatz einer aus dem Rauschen ermittelten Schwelle. Bei genauer Kenntnis der Geschwindigkeit des

5 Diskussion und Zusammenfassung

Zweiten Schalls ist somit auch eine genaue Bestimmung des Abstands zwischen OST und Wärmepunkt bzw. der Lauflänge des Zweiten Schalls (im Fall von Reflexionen) möglich.

Welchen Einfluss haben hierbei Reflexionen an der Wand des Kryostaten? Die Messungen mit vertikal orientierter OST-Membran im Kryostaten haben gezeigt, dass Reflexionen an der Glaswand des Kryostaten auftreten. Eine Abschätzung für den Reflexionskoeffizienten von 0,4 macht jedoch deutlich, dass die am Göttinger Testaufbau beobachteten vergleichsweise langen Signale nicht durch Reflexionen erklärt werden können.

Können aus der Form des Signals, insbesondere aus den enthaltenen Frequenzen, weitere Informationen entnommen werden und wenn ja, welche? Die Frequenzanalyse hat gezeigt, dass die Signale sämtlicher Messreihen charakteristische Hauptfrequenzen aufweisen. Da aufgrund der Variation aller Parameter des Testaufbaus spezifische Resonanzeffekte wie z.B. stehende Wellen ausgeschlossen werden können, handelt es sich mit großer Wahrscheinlichkeit um Schwingungen der OST-Membran. Ein Vergleich mit den theoretisch berechenbaren Eigenmoden einer Kreismembran bekräftigt diese Annahme.

6 Ausblick

Zur Betrachtung der Frage, welche Auswirkungen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit auf weitere Untersuchungen haben können, ist es sinnvoll, zwei Aspekte zu unterscheiden: Einmal im Hinblick auf die Weiterarbeit am Göttinger Testaufbau, zum anderen im Hinblick auf das Verfahren der Quenchlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST im Allgemeinen.

Zum Göttinger Testaufbau:

Wie deutlich geworden ist, trägt die Länge des Signals am OST nicht dazu bei, über den Signalstart hinausgehende Informationen zu gewinnen. Vielmehr ist die Signallänge für weiterführende Untersuchungen hinderlich, weil so eventuelle schwächere, reflektierte Signale überlagert werden. Ebenfalls hinderlich ist das lange Einschwingverhalten für die Bestimmung des Signalstarts. Die Bemühungen sollten also dahin gehen, das OST so zu verändern, dass die Signale kurz und präzise werden. Dafür kommen infrage: eine leichtere Membran (dünnere Membran oder dünnere Beschichtung der Membran), die weniger träge auf die auftreffende Entropiewelle des Zweiten Schalls reagiert; das mechanische Vorspannen der Membran; die Perforierung der Membran zur stärkeren Dämpfung bzw. Verhinderung niederfrequenter Eigenmoden.

Zielführend wäre weiter die Reduzierung der Empfindlichkeit des Gesamtaufbaus gegenüber externen mechanischen Anregungen, die zu Effekten des Ersten Schalls führen und damit Rauschen und unkontrollierbare Störungen erzeugen. Ein schwingungsärmeres Aufhängen des Kryostaten und/oder der Einsatz von dämpfenden Materialien an den Schläuchen der Anbauteile sind hierfür denkbar.

Zusammen mit einer Verstärkerschaltung (bei Bedarf mit Tiefpassfilter zur Unterdrückung hoher Rauschfrequenzen) könnten unter den o.g. Bedingungen auch kleinere Wärmepulse festgestellt werden. Mindestens ebenso wichtig erscheint jedoch die Untersuchung wesentlich größerer Wärmepulse, weil hier mit nichtlinearen Effekten zu rechnen ist.

Interessant wäre es schließlich zu untersuchen, inwieweit sich das Reflexionsverhalten des Zweiten Schalls ändert, wenn die Entropiewelle nicht auf das Glas der Kryostatwand,

sondern auf andere Materialien trifft. An der Innenwand des Kryostaten könnten dazu Folien aus solchen Materialien angebracht werden (insbesondere aus Niob und aus dem Material großer Kryostaten, in denen Kavitäten real getestet werden).

Zum Verfahren der Quenchpunktlokalisierung mittels Zweitem Schall und OST im Allgemeinen:

Allgemein ist die Frage interessant, inwieweit bei den Berechnungen zur Rekonstruktion des Quenchpunktes Reflexionen mit einbezogen werden können. Die Einbeziehung von Reflexionen würde es erlauben, mit einem OST auch eigentlich nicht einsehbare Bereiche einer Kavität, z.B. zwischen den Zellen, abzudecken. Dazu müsste aber zweierlei sichergestellt sein: Erstens dass die Amplitude der reflektierten Welle genügend groß ist, um am OST detektiert zu werden, wofür der Reflexionskoeffizient für den Zweiten Schall an supraleitendem Niob zu ermitteln ist. Zweitens müsste geklärt sein, inwieweit Oberflächenwellen bzw. Wärmeleitung auf der Oberfläche der Kavität für die Laufzeiten des Zweiten Schalls bzw. die am OST empfangenen Signale eine Rolle spielen.

Das auffällige Ansprechverhalten des OST in Göttingen lässt vermuten, dass die OST allgemein unterschiedlich reagieren, wenn auch nicht in so gravierendem Maß. Werden für die Quenchpunktlokalisierung mehrere OST gleichzeitig verwendet, ist es zur exakten Rekonstruktion des Quenchspunktes notwendig, das Ansprechverhalten jedes dieser OST genau zu kennen. Sinnvoll ist also eine Eichung, die z.B. mithilfe eines kontrollierten Wärmepulses durchgeführt werden kann.

7 Anhang

Größe	Beschreibung	Wert/Intervall
r _{Kryo}	Innenradius des Kryostaten	$3,75\mathrm{cm}$
h	Höhe der Heliumkammer	$1,00\mathrm{m}$
r	Verschiebung der OST-Haltestange aus Mittelpunkt	$12,5\mathrm{mm}$
ϕ	Polarwinkel bei Drehung des OST	$[-100^{\circ}; 100^{\circ}]$
z_{max}	Maximaler vertikaler Abstand: OST und Widerstand	$0,40\mathrm{m}$
Т	Temperatur des Heliums während der Messung	$[1,5;1,8]\mathrm{K}$
p	Dampfdruck während der Messungen	$[3,5;16]{ m hPa}$
\dot{V}_{Pump}	Pumpleistung der Drehschieberpumpe	$30 { m m}^3/{ m h}$
h_{Helium}	Maximaler Heliumfüllstand	$0,55\mathrm{m}$
C_{OST}	Kapazität des OST	$(16 \pm .5) \mathrm{pF}$
A_{OST}	Fläche der OST-Elektrode und -Membran	$(198 \pm 2) \mathrm{mm^2}$
r_{OST}	Radius des OST	$(15 \pm 0, 1) {\rm mm}$
d_{OST}	Dicke des OST-Gehäuses	$(7\pm0,1)\mathrm{mm}$
R_V	Vorwiderstand zur Vorspannung des OST	$100 \mathrm{k}\Omega/10 \mathrm{M}\Omega$
$U_{Batterie}$	Versorgungsspannung OST über Batterie	$128\mathrm{V}$
U_{Netz}	Versorgungsspannung OST über Netz	$[20; 140] \mathrm{V}$
A_{max}	Maximale Heizamplitude	$4\mathrm{V}$
A_{off}	Offset der Heizamplitude	$[0,0;2,0]{ m V}$
R_{Heiz}	Wert des Widerstands bei $[1,5;1,8]$ K	$(82,5 \pm 1,0) \Omega$

 ${\it Tab.}$ 7.1: Wichtige Messgrößen des Göttinger Testaufbaus (nach [2]).

Größe	Einstellung
Abtastmodus	Hi-Res-Modus
Abtastintervall	$1,0\mathrm{s}$
Digitalisierte Messpunkte	100.000
Kopplung	Digital Current (DC)
Samplingrate	$100\mathrm{kHz}$
Spannungsgenauigkeit	$1\mathrm{mV/K\ddot{a}stchen}$

Tab. 7.2: Einstellungen des Oszilloskops am Göttinger Testaufbau für die aufgenommenen Messreihen (weitere technsiche Daten siehe [16]).

Koeffizient	Wert
p_0	596,75
p_1	-1901,4
p_2	$2475,\!4$
p_3	-1602,9
p_4	$519,\!49$
p_5	-67,737

Tab. 7.3: Berechnete Koeffizienten für den Polynomfit von Grad 5 zur Ermittlung der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls aus der Temperatur in K: $v_{SeSo}(T) [m/s] = \sum_{n=0}^{5} p_n \cdot T^n.$

	[1,25;2,1768] K	$[2,1768;5,0]\mathrm{K}$
A_0	1.392408	3.146631
A_1	0.527153	1.357655
A_2	0.166756	0.413923
A_3	0.050988	0.091159
A_4	0.026514	0.016349
A_5	0.001975	0.001826
A_6	-0.017976	-0.004325
A_7	0.005409	-0.004973
A_8	0.013259	0
A_9	0	0
A	5.6	10.3
B	2.9	1.9

Tab. 7.4: Koeffizienten zur Definition tiefer Temperaturen über die Dampfdruckkurve von ⁴He im Bereich zwischen 0,65 und 5,0 K [17].

T[K]	$v_{SeSo} [\mathrm{m/s}]$	T[K]	$v_{SeSo} \mathrm{[m/s]}$
0,6	82,65	1,8	$19,\!87$
0,7	46,41	1,9	18,77
0,8	29,06	2	$16,\!64$
0,9	$21,\!56$	2,05	$14,\!94$
1,0	18,87	2,1	$12,\!42$
1,1	$18,\!35$	2,11	11,75
1,2	18,52	2,15	$7,\!894$
1,3	19,03	2,16	6,221
1,4	$19,\!57$	2,17	3,078
1,5	20,04	2,171	$2,\!354$
1,6	20,34	2,1715	$1,\!805$
1,7	20,32	2,1719	$0,\!9817$

Tab. 7.5: Messwerte zur Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit des Zweiten Schalls nach Wang [12].

Literaturverzeichnis

- H. Padamsee, *RF Superconductivity. Science, Technology, and Applications*, WILEY-VCH, Weinheim, Germany (2009)
- [2] B. Schröder, Experimente zum Zweiten Schall mit OST und Wärmepunkt, Bachelorarbeit, II. Physik-UniGö-BSc-2010/08, Georg August Universität Göttingen, II. Physikalisches Institut, Göttingen, Germany (2010)
- [3] H. Padamsee, J. Knobloch, T. Hays, *RF Superconductivity for Accelerators*, WILEY-VCH, Weinheim, Germany, 2 edition (2008)
- [4] G. Ventura, L. Risegari, *The Art of Cryogenics: Low-Temperature Experimental Techniques*, Elsevier Science (2007)
- [5] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. 108(5), 1175 (1957)
- [6] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, Oldenbourg, München, Germany (2006)
- [7] Z. A. Conway, D. L. Hartill, H. S. Padamsee, E. N. Smith, Oscillating Superleak Transducers for Quench Detection in Superconducting ILC Cavaties Cooled with He-II, TTC-Report 2008-06 (2008)
- [8] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics, volume 6 of Course of Theoretical Physics, Pergamon, Oxford, UK, 2 edition (1987)
- [9] R. B. Dingle, The Theory of the Propagation of Second Sound in Helium II, Proceedings of the Physical Society 61(1), 9 (1948)
- [10] O. Chodosh *et al.*, Second Sound in He II, Department of Physics, Stanford University (2008)
- [11] N. H. Asmar, Partial Differential Equations. With Fourier Series and Boundary Value Problems, Pearson, Upper Saddle River, NJ, 2 edition (2005)

- [12] R. T. Wang et al., Precision second-sound velocity measurements in helium II, Journal of Low Temperature Physics 68, 409 (1987)
- [13] A. Friesecke, Die Audio-Enzyklopädie. Ein Nachschlagewerk f
 ür Tontechniker, Saur, M
 ünchen, Germany (2007)
- [14] T. Butz, Fouriertransformation f
 ür Fußg
 änger, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, Germany, 6 edition (2009)
- [15] J. F. James, A Student's Guide to Fourier Transforms. With Applications in Physics and Engineering, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 3 edition (2011)
- [16] Tektronix, Benutzerhandbuch: Serien MSO4000 und DPO4000 Digital-Phosphor-Oszilloskope
- [17] H. Preston-Thomas, The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90), Metrologia 27(1), 3 (1990)
Danksagung

Mein Dank geht an Benjamin Schröder, der mir den im Rahmen seiner Bachelorarbeit entstandenen Testaufbau so ausführlich erklärt hat, und der mir bei der Durchführung der Experimente tatkräftig zur Seite gestanden hat, an Hannes Vennekate und die Teilnehmer des Hardware-Meetings für die anregenden Gespräche, an die Mitarbeiter der Werkstätten, insbesondere an Klaus Arndt, Volker Ebrecht und Uwe Ronsöhr, die bei allen technischen Problemen hilfreich zur Seite standen, an Dr. Michael Uhrmacher, der meine Bachelorarbeit über den ganzen Zeitraum mit großem Engagement betreut hat, mit dem ich gut über alle auftretenden Probleme diskutieren konnte, und der immer interessante Denkanstöße zu geben wusste, und an Prof. Dr. Arnuf Quadt, der mir die Möglichkeit gegeben hat, im II. Physikalischen Institut eine Arbeit zu einem in der gegenwärtigen Forschung äußerst aktuellen Thema zu schreiben.

Erklärung nach §13(8) der Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Physik und den Master-Studiengang Physik an der Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe.

Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestandenen Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 12. Oktober 2011

(Benjamin Willenberg)