33-Z-1

- Für einen bestimmten Landwirt möge die produktionstechnische Beziehung zwischen Stickstoffeinsatz (N ; gemessen in kg/ha) und Weizenertag (x ; gemessen in dt/ha) durch folgende Funktion beschrieben sein:

$$x = 16 + 0,8 N - 0,0025 N^2 \quad \leftarrow \text{Produktionsfunktion}$$

- a) Ermitteln Sie den Ertrag, Durchschnittsertrag und Grenzertrag für folgende Mengen des Stickstoffeinsatzes: 145, 150, 155, 160, 165 und 170 kg/ha

Ermittlung des Ertrags $x(N)$: Einsetzen der jeweiligen Stickstoffmenge in die oben genannte Produktionsfunktion, Anlegen einer Wertetabelle

Ermittlung des Durchschnittsertrags $x(N)/N$: Division des errechneten Ertrags durch die jeweilige Stickstoffmenge

Ermittlung des Grenzertrags $\frac{\partial x}{\partial N} = GE$:

1. Ableitung der Produktionsfunktion

$$\frac{\partial x}{\partial N} = 0,8 - 0,005N$$

Dann: Einsetzen der jeweiligen N -Menge

1

33-Z-1 a) Ertrag, Durchschnittsertrag und Grenzertrag in Abhängigkeit vom N-Einsatz

N kg/ha	x	DE=x(N)/N	GE=dx/dN
140	79	0,5643	0,1
145	79,4375	0,5478	0,075
150	79,75	0,5317	0,05
155	79,9375	0,5157	0,025
160	80	0,5000	0
165	79,9375	0,4845	-0,025
170	79,75	0,4691	-0,05

2

33-Z-1b)

- b) Gehen Sie davon aus, dass die übrigen Kosten der Weizenproduktion vom Ertrag je ha unabhängig sind. Welche Stickstoffmenge sollte der Landwirt düngen, wenn der Stickstoffpreis € 0,70 je kg N und der Weizenpreis € 18,- je dt betragen? Wie ändert sich das Ergebnis, wenn der Weizenpreis auf € 12,- je dt sinkt?

Optimierungsregel: Wertgrenzprodukt = Faktorpreis

$$\frac{\partial x}{\partial N} * p = w$$

$$(0,8 - 0,005 * N) * 18 = 0,7 \quad | : 18$$

$$0,8 - 0,005 * N = 0,0388 \quad | - 0,8$$

$$-0,005 * N = -0,7612 \quad | : -0,005$$

$$N = 152,22$$

3

33-Z-1 b)

- b) Wie ändert sich das Ergebnis, wenn der Weizenpreis auf € 12,- je dt sinkt?

Optimierungsregel: Wertgrenzprodukt = Faktorpreis

$$\frac{\partial x}{\partial N} * p = w$$

$$(0,8 - 0,005 * N) * 12 = 0,7 \quad | \div 12$$

$$0,8 - 0,005 * N = 0,0583 \quad | - 0,8$$

$$-0,005 * N = -0,7416 \quad | \div -0,005$$

$$N = 148,33$$

4

33-Z-1

c) Wie ändert sich beim Weizenpreis von €18,- je dt der optimale Weizenantrag, wenn der Stickstoffpreis auf € 1,00 je kg N angehoben wird? Wie weit hätte der Weizenpreis beim ursprünglichen Stickstoffpreis gesenkt werden müssen, um den gleichen optimalen Ertrag zu erreichen?

1. Berechnung der optimalen Faktoreinsatzmenge

$$\frac{\partial x}{\partial N} * p = w$$

$$(0,8 - 0,005 * N) * 18 = 1,0 \quad | : 18$$

$$0,8 - 0,005 * N = 0,0555 \quad | - 0,8$$

$$-0,005 * N = -0,74445 \quad | \div -0,005$$

$$N = 148,89$$

33-Z-1 c)

2. Einsetzen der optimalen Faktoreinsatzmenge in die Produktionsfunktion

$$x = 16 + 0,8 * N - 0,0025N^2$$

$$x = 16 + 0,8 * 148,88 - 0,0025 * 148,88^2$$

$$x = 79,69$$

3. Berechnung des Weizenpreises der bei 0,7 €/kg N-Preis den gleichen Ertrag bringt

$$(0,8 - 0,005 * 148,88) * p = 0,7$$

$$p = \frac{0,7}{(0,8 - 0,005 * 148,88)} = \frac{0,7}{(0,8 - 0,74444)} = \frac{0,7}{0,0556}$$

$$p = 12,5899$$

33-Z-2

c) Leiten Sie für den in Aufgabe 33-Z-1. beschriebenen Landwirt die Kostenfunktion ab (unter der Annahme, dass die Kosten lediglich vom Stickstoffeinsatz abhängen).

1. Schritt Umformung der Produktionsfunktion x(N) nach N(x)

$$x(N) = 16 + 0,8N - 0,0025N^2$$

$$\text{Ziel: } N(x)$$

$$\text{Kosten} = C = w * N$$

$$x(N) = 16 + 0,8N - 0,0025N^2 \quad | - x$$

$$0 = 16 + 0,8N - 0,0025N^2 - x$$

$$0 = -0,0025N^2 + 0,8N + 16 - x \quad | : (-0,0025)$$

$$0 = N^2 - 320N - 6400 + 400x \rightarrow pq - \text{Formel anwenden! } x_{1,2} = -p/2 \pm \sqrt{(p/2)^2 - q}$$

$$N_{1,2} = \frac{320}{2} \pm \sqrt{(320/2)^2 + 6400 - 400x}$$

33-Z-2 c)

$$N_{1,2} = 160 \pm \sqrt{32000 - 400x}$$

$$N_{1,2} = 160 \pm (32000 - 400x)^{\frac{1}{2}}$$

$$N_1 = 160 - (32000 - 400x)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Faktoreinsatzfunktion!}$$

$$N_2 = 160 + (32000 - 400x)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Faktoreinsatzfunktion!}$$

Nächster Schritt: Bildung der Kostenfunktion

$$C = N * w$$

$$C_1 = w * \left[160 - (32000 - 400x)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$C_2 = w * \left[160 + (32000 - 400x)^{\frac{1}{2}} \right]$$

33-Z-2 c)

Ermitteln Sie aus der Kostenfunktion die optimale Angebotsmenge für die in Aufgabe 33-Z-1 (b) genannten Preiskonstellationen. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denjenigen, die Sie bei Aufgabe 33-Z-1 (b) erhalten hatten.

Optimierungsregel : $GK = P$

$$p = 18\text{€} / dt$$

$$C_1 = w * \left[160 - (32.000 - 400x)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial x} = w * \left[-\frac{1}{2} (32000 - 400x)^{-\frac{1}{2}} * (-400) \right]$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial x} = 200w * (32000 - 400x)^{-\frac{1}{2}}$$

33-Z-2 c)

$$GK = p$$

$$200w * (32000 - 400x)^{-\frac{1}{2}} = 18$$

$$140 * (32000 - 400x)^{-\frac{1}{2}} = 18 \quad | \cdot 140$$

$$(32000 - 400x)^{-\frac{1}{2}} = 18 / 140 \quad | ()^{-2}$$

$$32000 - 400x = 60,49 \quad | - 32000$$

$$- 400x = -31939,51 \quad | : (-400)$$

$$x = 79,84$$

Optimale Angebotsmenge

Frage 33-Z-3:

Erläutern Sie die Beziehung zwischen der Angebotskurve (eines Produktes) und der Faktornachfragekurve

Die Angebotskurve ist die GK-Kurve in dem Bereich, wo die Grenzkosten steigen und größer als die Durchschnittskosten sind

Wie kommt man von der Produktionsfunktion zur Angebotsfunktion?

1. Spiegelung der Produktionsfunktion an der Winkelhalbierenden
 - Faktoreinsatzfunktion
2. Streckung mit dem Faktorpreis
 - Kostenfunktion
3. Ableiten
 - GK-Kurve=Angebotskurve

Frage 33-Z-3:

Erläutern Sie die Beziehung zwischen der Angebotskurve (eines Produktes) und der Faktornachfragekurve

Die Faktornachfragekurve ist die Wertgrenzproduktkurve in dem Bereich, wo das Grenzprodukt fällt und kleiner oder gleich dem Durchschnittsprodukt ist

Wie kommt man zur Faktornachfragekurve?

1. Ableitung der Produktionsfunktion
 - Grenzproduktkurve
2. Multiplikation mit dem Produktpreis
 - WGP-Kurve=Faktornachfragekurve